

Fichas de Dibujo Técnico

SERIE 3.ª

N.os 101 AL 150

TOMAS ALVAREZ PERALTO
Catedrático de DIBUJO INDUSTRIAL y OFICINA TÉCNICA de E. I. T. I.



Depósito Legal: SE - 186 - 1968

Imprenta Alvarez
González Cuadrado, 24
Sevilla

3.ª SERIE

PRÓLOGO

Al publicar la primera serie de «Fichas de Dibujo Técnico» expusimos el criterio seguido para el estudio de las bases fundamentales del dibujo técnico en general, así como el método de exposición por el sistema de fichas en las que un tema determinado se trata en ellas con gran amplitud y profundidad, siendo hasta cierto punto independientes las materias de una a otra ficha.

Este método permite una continua ampliación y revisión de la materia tratada, y mediante una racional ordenación de dichas fichas, basada en la Clasificación Decimal, es fácil encontrar la solución de un problema determinado, el estudio de una norma de dibujo o la demostración de un trazado geométrico del cual se conozca tan sólo la mecánica de su construcción.

De acuerdo con estas directrices, publicamos hoy como continuación de la obra emprendida una tercera serie de 50 fichas numeradas del 101 al 150. Una parte importante de las materias desarrolladas en esta tercera serie, corresponde a «Normas de Dibujo Técnico», materia ya iniciada en las series anteriores, y entre las que destacamos las de aplicación de líneas acotaciones, clasificación de dibujos, superficies técnicas y signos convencionales para ruedas dentadas. Las restantes fichas amplían y profundizan materias de dibujo geométrico que complementan a las estudiadas en series anteriores.

Queremos hacer destacar el especial interés puesto en la exposición de los temas referentes a «Normalización», de tanta importancia hoy día por sus aplicaciones, en los que hemos procurado hacer las mayores aclaraciones posibles de tipo tecnológico, a fin de evitar la aridez del estudio directo de las normas. Éstas están escritas por y para profesionales, bajo el supuesto de gue estos últimos poseen el suficiente nivel técnico para su perfecta comprensión. La precisión y concisión de una norma, en la que cada frase ha sido cuidadosamente estudiada y meditada, son escollos frecuentes que contribuyen al desánimo del estudiante de dibujo técnico, ya que al no poseer éste en muchos casos, la tecnología necesaria para su perfecta asimilación, no llega a alcanzar su finalidad, haciéndosele penoso el estudio de esta materia tan importante en su futura vida profesional.

La encuadernación de estas 50 fichas, al igual que las anteriores series, se ha efectuado de forma que aquéllas puedan separarse fácilmente con un cuchillo o cortaplumas, lo que permite su ordenada clasificación por materias juntamente con las de las dos series anteriores. El número de ordenación es el de la parte superior derecha.

Sevilla - Enero 1968

El Autor

ÍNDICE DE MATERIAS de las 50 Fichas editadas en la tercera serie.

C. D.		Ficha
P. G. 2011	PROBLEMAS.—Operaciones con segmentos.—Proporcionalidad. Construcción de segmentos proporcionales	105
P. G. 2011 Hoja 2	PROBLEMAS.—Operaciones con segmentos (continuación)	106
P. G. 2011 Hoja 3	PROBLEMAS.—Operaciones con segmentos (continuación)	107
P. G. 2011 Hoja 4	PROBLEMAS.—Operaciones con segmentos (continuación)	115
P. G. 2112	PROBLEMAS.—Posiciones de un ángulo con respecto a una circunferencia.—Ángulo central, inscrito, semi-inscrito y exterior. Arco capaz	128
P. G. 2112 Hoja 2	PROBLEMAS.—Posiciones de un ángulo con respecto a una circunferencia (continuación)	129
P. G. 2204	TRIÁNGULOS.—Igualdad y semejanza. Criterios	110
P. G. 2352	PROBLEMAS.—Construir un triángulo equilátero dada la longitud de su lado	123
P. G. 2354	PROBLEMAS.—Construir un pentágono regular dado su lado	125
P. G. 2355	PROBLEMAS.—Construir un exágono regular dado su lado.	126
P. G. 2356	PROBLEMAS.—Construir un octógono regular dado su lado.	132
P. G. 2357	PROBLEMAS.—Construir un decágono regular dado su lado.	135
P. G. 2360 Hoja 2	PROBLEMAS.—Construir un polígono regular de cualquier número de lados, dada la longitud de su lado (2.° procedimiento)	122

C. D.		Ficha
P. G. 2401 Hoja 2	CIRCUNFERENCIA (continuación) —Relaciones métricas...	108
P. G. 2401 Hoja 3	CIRCUNFERENCIA (continuación).—Eje y centro radical...	109
P. G. 2402 Hoja 2	PROBLEMAS.—Dividir una circunferencia de radio dado en cualquier número de partes iguales (2.° procedimiento).....	111
P. G. 2806	PROBLEMAS.—Lugares geométricos. Ejemplos 18 al 24	113
P. G. 2806 Hoja 2	PROBLEMAS.—Lugares geometricos. Ejemplos 18 al 24 (continuación)	114
P. G. 2807	PROBLEMAS.—Lugares geométricos. Ejemplos 25 y 26....	119
P. G. 2808	PROBLEMAS.—Lugares geométricos. Ejemplos 27 y 28.....	120
P. G. 2809	PROBLEMAS.—Lugares geométricos. Ejemplos 29 al 31....	131
N. 4002 Hoja 2	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Líneas (continuación)....	101
N. 4002 Hoja 3	NORMALIZACIÓN de dibujos. – Líneas (continuación)....	102
N. 4002 Hoja 4	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Líneas (continuación)....	103
N. 4002 Hoja 5	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Líneas (continuación)....	104
N. 4004	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Escritura vertical para rotulaciones	145
N. 4005 Hoja 3	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Disposición de vistas y cortes (continuación)................................	147
N. 4005 Hoja 4	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Disposición de vistas y cortes (continuación)................................	148
N. 4005 Hoja 5	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Disposición de vistas y cortes (continuación)................................	149
N. 4005 Hoja 6	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Disposición de vistas y cortes (continuación)................................	150
N. 4006	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Acotación	116
N. 4006 Hoja 2	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Acotación (continuación).	117
N. 4006 Hoja 3	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Acotación (continuación.	118

C. D.		Ficha
N. 4006 Hoja 4	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Acotación (continuación).	121
N. 4006 Hoja 5	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Acotación (continuación).	124
N. 4006 Hoja 6	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Acotación (continuación).	127
N. 4006 Hoja 7	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Acotación (continuación).	130
N. 4006 Hoja 8	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Acotación (continuación).	134
N. 4006 Hoja 9	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Acotación (continuación).	136
N. 4007	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Clasificación de los dibujos técnicos	133
N. 4008	NORMALIZACION de dibujos.—Superficies técnicas. Signos superficiales	137
N. 4008 Hoja 2	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Superficies técnicas. Signos superficiales (continuación)	138
N. 4008 Hoja 3	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Superficies técnicas. Signos superficiales (continuación)	139
N. 4008 Hoja 4	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Superficies técnicas. Signos superficiales (continuación)	140
N. 4008 Hoja 5	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Superficies técnicas. Signos superficiales (continuación)	141
N. 4008 Hoja 6	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Superficies técnicas. Signos superficiales (continuación)	142
N. 4011	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Signos para ruedas dentadas	143
N. 4011 Hoja 2	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Signos para ruedas dentadas (continuación)	144
N. 4011 Hoja 3	NORMALIZACIÓN de dibujos.—Signos para ruedas dentadas (continuación)	146
N. 4224	NORMALIZACIÓN de perfiles laminados de acero.—Angular de lados desiguales de perfil normal (PN)	112

Enero - 1968

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24 - Sevilla

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS.-Líneas

Ejemplos de aplicación

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS.-Líneas

Ejemplos de aplicación

1. Generalidades

Establecidas en la ficha N. 4002 las distintas clases y espesores de líneas normalizadas, así como los grupos formados con estos espesores, vamos a fijar previamente el criterio a seguir en la elección de un grupo de líneas determinado, y a continuación aclarar con ejemplos diversos las aplicaciones de las cuatro clases de líneas consignadas en el párrafo 3 de la mencionada ficha N. 4002.

Como criterio general a seguir para la elección de un grupo de líneas normalizado, establecido en el párrafo 2.2 de la antedicha ficha N. 4002, debe tenerse presente que al ejecutar un dibujo técnico en su fase de terminación, se escogerá el grupo más grueso posible compatible con el tamaño del dibujo y la mayor profusión de líneas dibujadas. El espesor será constante para todas las representaciones de objetos dibujados a la misma escala.

El espesor de las líneas se gradúa a ojo, especialmente los gruesos menores. Las cifras de dichos espesores, dadas en los distintos grupos normalizados, son orientativas. Para conseguir la práctica necesaria en la apreciación de los distintos espesores a emplear, es muy útil entintar previamente una serie de rectas, abriendo paulatinamente el tiralíneas, y colocar la cifra de su espesor sobre cada una de ellas, que se medirán con el doble decímetro; con uno de buena calidad puede apreciarse bien la décima de milímetro (ver ficha G. F. 1016).

En la exposición de las aplicaciones de las cuatro clases de líneas normalizadas, seguiremos el orden numérico de los párrafos 3.1 al 3.6, establecido en la mencionada ficha N. 4002.

La norma alemana DIN 15, hoja 2, contiene en forma resumida, dichas aplicaciones.

2. Aplicaciones de las líneas llenas gruesas

En todo dibujo técnico, las líneas llenas gruesas representan un papel principal, bien sean líneas rectas trazadas con regla, o bien líneas

curvas trazadas a compás o con plantilla de curvas; de su correcta ejecución y espesor del trazo, depende notablemente la agradable presentación de dicho dibujo.

2.1 Las líneas llenas gruesas tienen su principal aplicación en la representación de los *contornos de piezas* y de sus *aristas visibles*.

En la figura 1 damos un sencillo ejemplo de estas representaciones, en la pieza dibujada en sus vistas principal y lateral izquierda (ver ficha N. 4005, hojas 1 y 2).

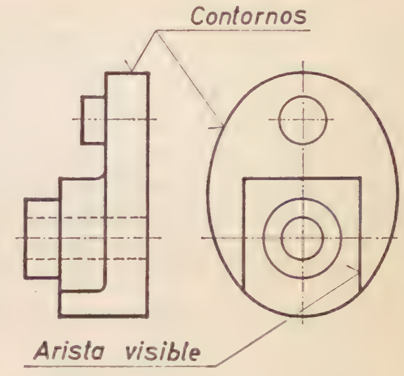


Figura 1

2.2 Se utilizan también las líneas gruesas llenas, en *recuadros de dibujos* y divisiones principales del encasillado de *listas de piezas y rótulos*.

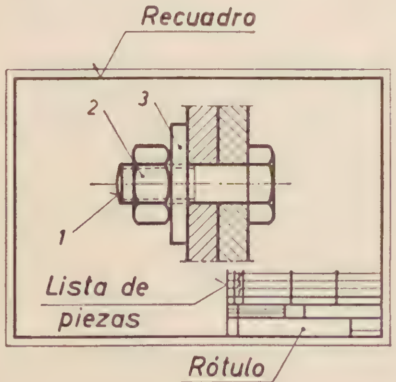


Figura 2

En la figura 2 presentamos un ejemplo de dichas aplicaciones. La distancia del recuadro de un dibujo, al borde del papel cortado, está normalizada para los formatos de la serie **A** en la norma UNE 1026 (ver ficha N. 4202).

Las rotulaciones de los dibujos y divisiones del encasillado de listas de piezas y rótulos han sido establecidas en la norma española UNE 1035, hojas 1 a 5, y en las alemanas DIN 6771 h 1 y h 2, 6781, 6782 y 6783 (ver ficha N. 4009).

3. Aplicaciones de las líneas llenas finas

3.1 Se utilizan, entre otras aplicaciones, para la representación de las *líneas de cota*.

Las líneas de cota son líneas auxiliares que se emplean en el dibujo técnico para consignar con cifras las medidas nominales con las que deben ser construidas las piezas representadas. Sus extremos han de terminar con unas flechas, preferentemente entre dos líneas de contorno o aristas visibles (nunca debe acotarse entre líneas ocultas). En la chaveta plana con cabeza (22 x 9 DIN 6484) representada en la figura 3 en sus vistas principal y superior (ver ficha N. 4005, hojas 1 y 2), tenemos ejemplos de líneas de cota entre dos líneas de contorno (cota **a**) o entre líneas de referencia (cota **b**).

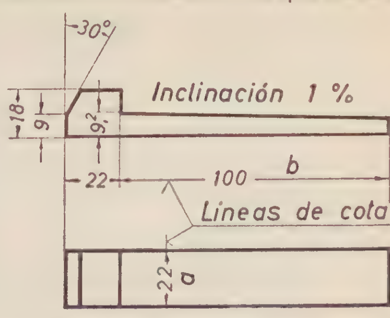


Figura 3

3.2 También se emplean las líneas llenas finas para la representación de las *líneas de referencia.*

Las líneas de referencia son líneas auxiliares que se utilizan en los dibujos técnicos para colocar las cotas fuera de los contornos del dibujo. Deben emplearse tan sólo si con ellos se consigue mayor claridad de representación. En el extremo de eje cilíndrico para alojamiento de poleas, acoplamientos y ruedas dentadas (extremo de eje 60 m 6 x 140 DIN 748) representado en la figura 4, tenemos ejemplos de líneas de referencia.

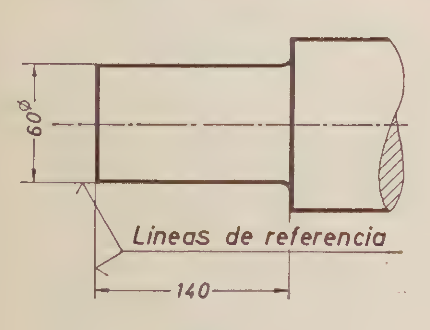


Figura 4

3.3 Igualmente se emplean las líneas llenas finas en el *rayado de superficies cortadas.*

Cuando una pieza tenga partes huecas que al representarlas en algunas de sus vistas necesarias (ver ficha N. 4005, hoja 2, párrafo 3), puedan dar una profusión de líneas no visibles (de trazos) y por consiguiente pueda resultar confusa dicha representación, es muy valioso el empleo de los llamados *cortes.* Un corte es la división imaginaria de un objeto por uno o varios planos perpendiculares al plano del dibujo; se emplean uno o más cortes para la reproducción clara de la forma de dicho objeto, o para la posible acotación entre líneas visibles.

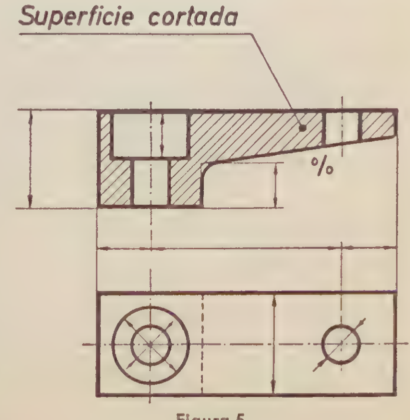


Figura 5

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS.-Líneas

Ejemplos de aplicación

(continuación)

La representación de las zonas del dibujo que idealmente tenemos que cortar (no las zonas huecas), se hace mediante un rayado convencional de líneas finas, cuyas reglas se detallan en la norma española UNE 1036 y en la alemana DIN 6 (ver ficha N. 4007).

En la vista principal (en corte) del separador representado en la figura 5 en sus vistas principal y superior (ver ficha N. 4005, hojas 1 y 2), tenemos un sencillo ejemplo de rayado de superficies cortadas como aplicación del empleo de las líneas finas llenas.

3.4 También se emplean las líneas llenas finas para la representación de *signos superficiales*.

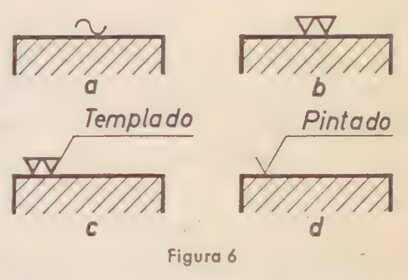


Figura 6

Si en el dibujo técnico de un objeto, precisa dar instrucciones y referencias sobre las distintas clases de superficie con que han de quedar terminadas sus caras (en bruto, mecanizada, tratada, etc.), según el trabajo a que esté destinada la pieza, o también de la calidad de su superficie (uniformidad, alisado, etc.) por la apariencia que deba tener, se consignan estos datos mediante los llamados signos superficiales.

Los signos superficiales para calidades de superficies técnicas, o para indicaciones escritas, están normalizados en la norma española UNE 1037 y en la alemana DIN 140, hojas 1 a 7 (ver ficha N. 4008).

En la figura 6 damos diversos ejemplos de signos superficiales e indicaciones escritas. El signo de la figura **6a** es signo de aproximado y se pone en las superficies brutas que tienen que ser fabricadas cuidadosamente, pero sin mecanizado posterior. El signo de la figura **6b** corresponde a una superficie que ha de ser mecanizada con levantamiento de virutas, cuyos surcos son apenas visibles a simple vista. El de la figura **6c** corresponde a una superficie que tiene el mismo mecanizado que el de la anterior y además un proceso de temple posterior. El de la figura **6d** corresponde a una

superficie laminada o fundida, sin trabajar, que ha de ser pintada a su terminación.

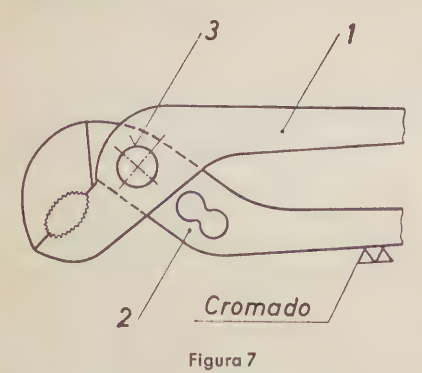


Figura 7

3.5 Se utilizan igualmente las líneas llenas finas como *líneas auxiliares de referencia para indicaciones escritas.*

Estas indicaciones pueden ser, o bien el número de la pieza que forma parte de un conjunto, o las correspondientes a un tratamiento superficial especial, independiente del signo de mecanizado; también pueden pertenecer a cualquier otra aclaración. En la figura 7, damos un ejemplo del dibujo de una tenaza compuesta de las piezas 1, 2 y 3, con sus respectivas indicaciones por medio de líneas de referencia, y la del tratamiento superficial de los brazos.

3.6 Se emplean también las líneas llenas finas *en secciones dadas en un elemento, perpendicularmente al plano del dibujo y abatidas sobre este plano (secciones de brazos en ruedas, nervios, etc.).*

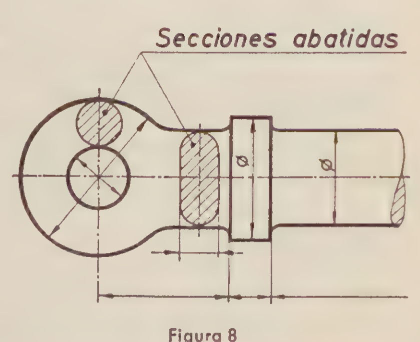


Figura 8

En la ficha N. 4005, hoja 2, párrafo 3, hemos indicado que el criterio general a seguir, al elegir el número de vistas necesarias para la representación de una pieza debe ser el de utilizar el *mínimo número de ellas* compatible con la claridad de ejecución.

Cuando una pieza pueda representarse casi en su totalidad con una sola vista, pero puedan existir dudas con respecto a la forma de la sección recta de algunas de sus partes (brazos en ruedas, nervios, etc.), que habría que aclarar con nuevas vistas o cortes, se completa su representación convencionalmente, abatiendo dicha sección recta sobre el plano del dibujo. En estos casos, tanto la forma de la sección, como el rayado de la misma, se representan con líneas finas llenas. En la figura 8 damos un ejemplo de esta aplicación.

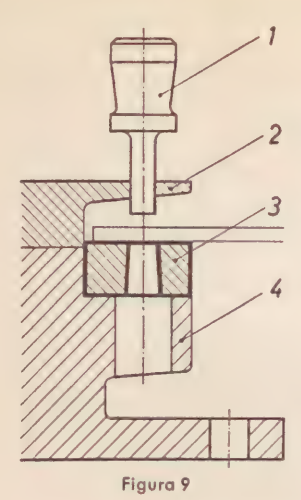


Figura 9

3.7 Se utilizan también las líneas llenas finas para la representación de *contornos de piezas contiguas, a fin de indicar la relación de posición con la pieza representada.*

Un sencillo ejemplo de aplicación lo tenemos en la figura 9, en la que hay representado en corte un pequeño dispositivo de montaje para punzonado de chapas y en el que aparece la matriz 3 como figura a destacar, relacionada con el resto del conjunto.

3.8 Igualmente se emplean las líneas llenas finas para *contornos de elementos de optativa ejecución.*

En la figura 10 tenemos un ejemplo de esta aplicación en el dibujo de un motor que puede fabricarse, a elección, con su eje sobresaliendo por ambos lados o solo por uno de ellos.

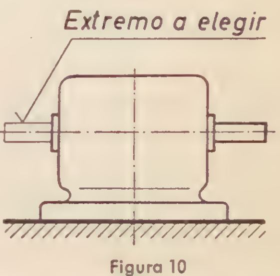


Figura 10

3.9 También se utilizan las líneas llenas finas *en cruz diagonal (cruz de San Andrés), para indicación de superficies planas en dibujos de una sola vista.*

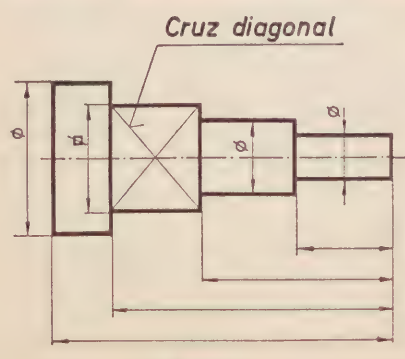


Figura 11

De acuerdo con el criterio de simplificación de vistas, expuesto en el párrafo 3.6 de esta ficha, se utiliza convencionalmente el signo de «cruz diagonal» para indicar que el rectángulo correspondiente a dichas diagonales, es una superficie plana.

El eje escalonado representado en la figura 11 con una sola vista, tiene cilindrado todos sus escalones (símbolo ∅), excepto el segundo contando desde la izquierda, que tiene la forma de un prisma recto de base cuadrada; las caras planas de dicho prisma (caras laterales) se distinguen en el dibujo por el signo de cruz diagonal.

3.10 Finalmente también se emplean las líneas finas llenas en la representación de *aristas imaginarias en casos de ligeros redondeamientos.*

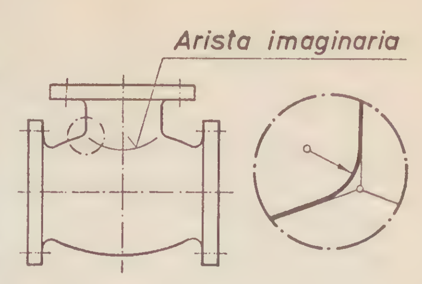


Figura 12

En la construcción de diversos elementos de maquinaria, principalmente en piezas fundidas, se proyectan con frecuencia redondeamientos cilíndricos o tóricos * de radios pequeños, a fin de evitar, por razones de resistencia o fabricación, aristas vivas en la intersección de dos superficies contiguas. Al desaparecer estas aristas vivas de intersección, no tienen, teóricamente, representación en el dibujo. Esto puede dar lugar a dudas de interpretación; para evitarlas se dibujan dichas aristas como si no estuviesen redondeadas, pero se representan convencionalmente con línea fina llena y no gruesa como se haría si no tuviesen redondeamiento.

En la figura 12 damos la vista principal de una caja de válvula, en la cual aparece un ejemplo de esta aplicación en el redondeado de la curva de intersección de una superficie cilíndrica con otra tórica, y que ha sido proyectado para facilitar el proceso de fabricación (fundición).

4. Aplicaciones de las líneas de trazos

En el dibujo técnico, las líneas de trazos tienen diversas aplicaciones que detallamos a continuación.

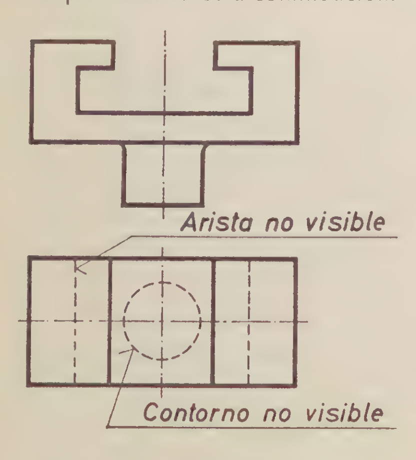


Figura 13

4.1 Se emplean principalmente las líneas de trazos para la representación de *aristas y contornos no visibles.*

Siguiendo el criterio de la máxima claridad de representación y el de no tener dudas en la interpretación del dibujo, las líneas no visibles no deben prodigarse, pues hacen en este caso, confuso el dibujo; deben pues suprimirse intencionadamente en casos no dudosos, aun cuando existan en la pieza; por el contrario, debe recurrirse en los casos dudosos al empleo de cortes, con lo cual la representación puede resultar de mayor claridad.

* Las superficies de redondeamientos se engendran en general por una esfera de radio igual al del redondeado, que se desliza apoyándose continuamente sobre las dos superficies contiguas, es decir, permaneciendo siempre tangente a ambas.

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS.-Líneas

Ejemplos de aplicación

(continuación)

El sencillo soporte representado en la figura 13 en sus vistas principal y superior (ver ficha N. 4005, hojas 1 y 2), nos sirve de ejemplo de dichas aplicaciones.

4.2 También se emplean las líneas de trazos como *representación interior de la rosca macho,* cuando se siga la representación abreviada de la norma alemana DIN 27 *.

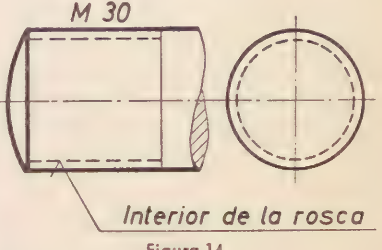


Figura 14

Antiguamente, las roscas de los tornillos se representaban con todas las líneas del fileteado, sustituyéndose en una primera simplificación, las hélices por líneas rectas; no obstante aún se hacía penosa y lenta la ejecución del dibujo, lo cual ha motivado una mayor simplificación en la normalización del dibujo de los tornillos, suprimiendo no sólo las líneas del fileteado, sino incluso el trazado del perfil y acotado del diámetro de la rosca, que se consignan de forma abreviada (ver ficha N. 4010).

En la figura 14 damos un sencillo ejemplo de esta aplicación en el extremo roscado de un eje, representado en sus vistas principal y lateral izquierda (ver ficha N. 4005, hojas 1 y 2).

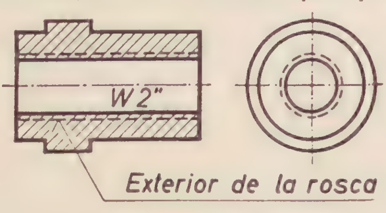


Figura 15

4.3 Igualmente se emplean las líneas de trazo como *representación exterior de la rosca hembra,* cuando se siga la representación abreviada de la norma alemana DIN 27.

La representación antigua de la rosca hembra, se hacía de forma análoga a lo expresado en el párrafo 4.3 para la rosca macho, y por los mismos motivos, se ha simplificado actualmente. La nota al pié del párrafo 4.2 sigue siendo válida para este caso.

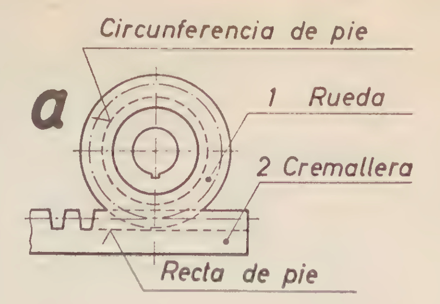
En la figura 15 damos un ejemplo de pieza hembra roscada, representada en sus vistas principal (en corte) y lateral izquierda (ver ficha N. 4005, hojas 1 y 2).

* La norma española UNE 1033, 1.ª revisión, siguiendo las recomendaciones de la norma internacional ISO R129, aun no definitiva, y cuyo proyecto de recomendación fué aprobado por España el 31-12-56, prescribe para estas aplicaciones *línea fina llena.*

4.4 Se emplean también las líneas de trazos para *circunferencia de pie del diente en la representación esquemática de ruedas dentadas, cremalleras y tornillos sin fin.*

Los órganos de máquinas enumerados, sólo se dibujan detalladamente en casos muy excepcionales, por ser muy laboriosa su ejecución. Corrientemente se representan en los dibujos técnicos por medio de signos convencionales simplificados, cuyos símbolos están normalizados en la norma española UNE 1044 y en la análoga alemana DIN 37 (ver ficha N. 4011).

En la figura **16a** damos un ejemplo de representación simbólica normalizada de una rueda cilíndrica engranada con una cremallera, y en la figura **16b** la de otra rueda, también cilíndrica, engranada con un tornillo sin fin; estos ejemplos son a su vez aplicaciones de las líneas de trazo y punto.



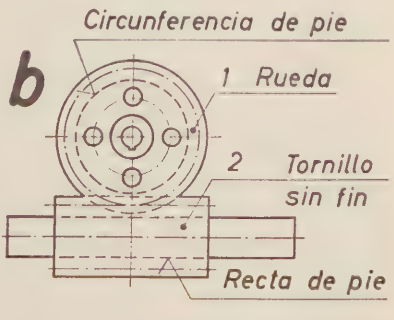


Figura 16

5. Aplicaciones de las líneas de trazos y puntos gruesas

Las líneas de trazos y puntos, con el grueso de las líneas de contorno, se aplican exclusivamente para *indicar el recorrido de un corte imaginario.* Los trazos deberán ser más cortos que los que se indican para las líneas de trazos y puntos finas en el párrafo 6 de esta ficha.

Ya hemos expresado en el párrafo 3.3, la conveniencia de la representación en corte de piezas que tengan partes huecas y pueda resultar confusa la representación de sus aristas y contornos no visibles, por líneas de trazo ocultas. Cuando el plano del corte imaginario en la representación en corte, no coincida con un eje de simetría, o por mayor claridad o simplificación se utilicen cortes siguiendo un recorrido quebrado, se representa este recorrido con líneas discontinuas de trazo y punto gruesas en aquella vista donde se supone dado el corte, y en la vista de la sección cortada se pone la indicación escrita del recorrido de la sección, expresado con letras mayúsculas. La normalización de cortes está desarrollada en la norma española UNE 1036 y en la alemana DIN 6 (ver ficha N. 4007).

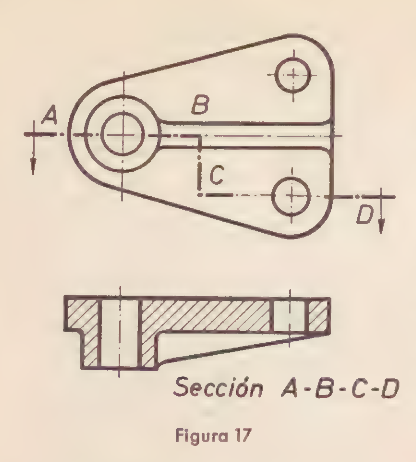


Figura 17

La pieza representada en la figura 17 en sus vistas principal y superior en corte (ver ficha N. 4005, hojas 1 y 2), es un claro ejemplo de estas aplicaciones. Obsérvese que al coincidir en el plano del corte, parte del nervio de refuerzo que tiene la pieza (corte de **A** a **B**), no aparece rayada esta sección en la vista superior; esto se hace convencionalmente para mayor claridad en la representación, y se aplica la regla de que **siempre que el plano de corte coincida con un nervio, se dibuja éste en proyección.**

6. Aplicaciones de las líneas de trazo y punto finas

Las líneas de trazo y punto finas, tienen en el dibujo técnico diversas aplicaciones que a continuación detallamos. Los trazos deben ser largos y los puntos intercalados entre éstos, sin espacios blancos excesivos.

6.1 Se emplean principalmente las líneas de trazo y punto finas, en la representación de los *ejes de simetría* de las piezas y en los *ejes de agujeros* o salientes cilíndricos.

En la pieza representada en la figura 18 en sus vistas principal y lateral izquierda (ver ficha N. 4005, hojas 1 y 2), vemos algunos sencillos ejemplos de esta aplicación.

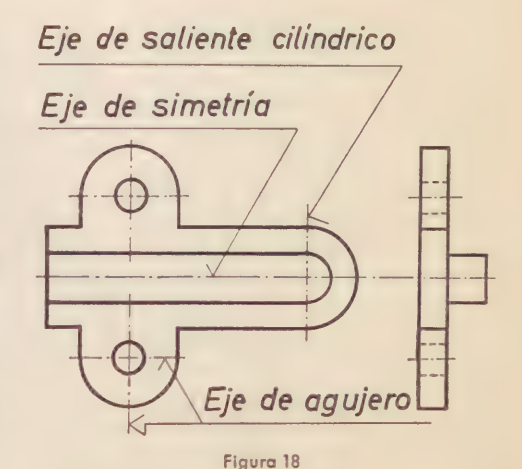


Figura 18

6.2 También se emplean las líneas de trazo y punto finas para el dibujo de *circunferencias primitivas en la representación esquemática de ruedas dentadas, cremalleras y tornillos sin fin.*

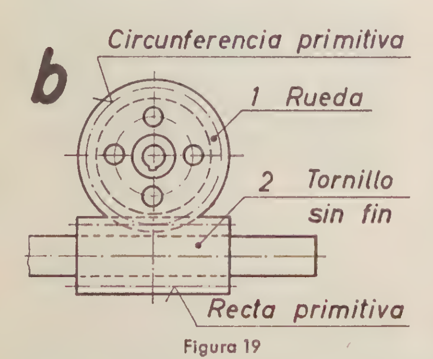


Figura 19

Según hemos indicado en el párrafo 4.4, estos órganos de máquinas se representan frecuentemente en forma esquemática, por medio de signos convencionales simplificados, cuyo símbolos están normalizados en la norma española UNE 1044 y en la análoga alemana DIN 37 (ver ficha N. 4011).

En la figura **19a** damos un ejemplo de representación simbólica normalizada, de una rueda cilíndrica engranada con una cremallera, y en la figura **19b** la de otra rueda, también cilíndrica, engranando con un tornillo sin fin; estos ejemplos son a su vez aplicaciones de las líneas de trazo.

6.3 Se emplean igualmente las líneas de trazo y punto finas en la representación de *circunferencias de situación de agujeros en bridas.*

Es frecuente la necesidad de empalmar elementos cilíndricos macizos o tubulares de una longitud determinada, para obtener otros de mayor longitud (ejes de transmisión, canalizaciones de fluidos, etc.). Una de las formas de efectuar estos empalmes es atornillar un elemento a otro mediante unos salientes colocados en sus extremos, desmontables o forjados, denominados *bridas.* Los centros de los agujeros para los tornillos de empalme, en número variable, están repartidos en partes iguales sobre una circunferencia concéntrica con el eje de ambas piezas a empalmar; esta circunferencia se debe representar con línea de trazo y punto fina.

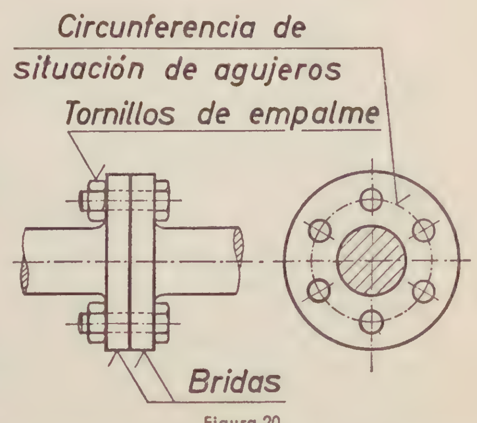


Figura 20

En la figura 20 damos un sencillo ejemplo de empalme de ejes macizos por medio de bridas forjadas y atornilladas; dicho empalme está representado en sus vistas principal y lateral izquierda (ver ficha N. 4005, hojas 1 - 2).

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS.-Líneas

Ejemplos de aplicación

(continuación)

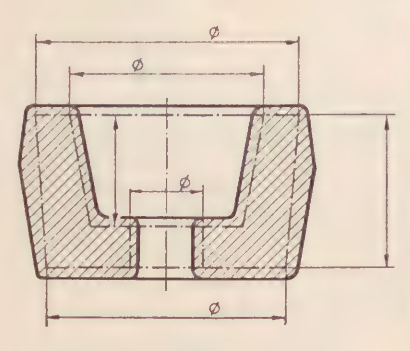


Figura 21

6.4 También se utilizan las líneas de trazo y punto finas para los *contornos de una pieza terminada, cuando se representa la pieza en bruto.*

Este caso se presenta generalmente en el dibujo de piezas de fundición que han de ser mecanizadas posteriormente; el trazado del contorno de la pieza en bruto se hace con línea llena gruesa, y el de la pieza terminada de línea de trazo y punto fina.

El ejemplo de la figura 21, de una pieza fundida en bruto, que ha de ser posteriormente torneada, representada en su sola vista principal en corte (ver ficha N. 4005, hojas 1 y 2), es una aplicación del empleo de líneas de trazo y punto finas en el caso estudiado.

6.5 Igualmente se emplean las líneas de trazo y punto finas en la representación de *demasías para el mecanizado, cuando se dibuje la pieza terminada con sus contornos de línea llena gruesa.*

Esta forma de representación, contraria a la estudiada en el párrafo 6.4, es también de corriente empleo.

En la figura 22 tenemos una aplicación de las líneas de trazo y punto finas en la representación de la demasía para el mecanizado de la cara superior cilíndrica de una sencilla palanca; dicha pieza está representada por sus vistas principal y superior (ver ficha N. 4005, hojas 1 y 2).

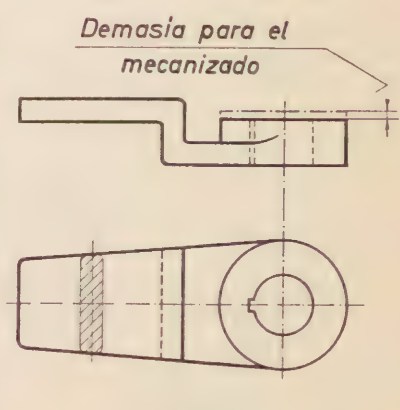


Figura 22

6.6 Se emplean también las líneas de trazo y punto finas en *posiciones extremas de piezas móviles (palancas, mangos, etc.).*

En los proyectos de maquinaria surge a veces la necesidad de conocer el recorrido máximo de piezas móviles que permita diseñar las piezas contiguas de forma que no tengan éstas, interferencia con la pieza en su

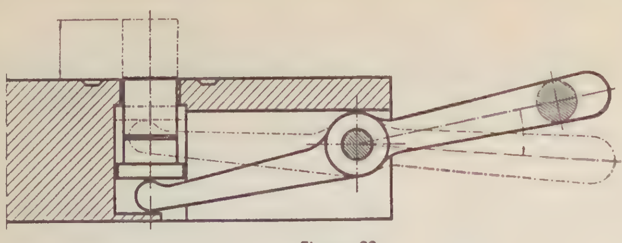


Figura 23

movimiento; en estos casos se dibujan las posiciones extremas de la pieza móvil de línea de trazo y punto fina. Como ejemplo de aplicación, presentamos en la figura 23 el dibujo de un dispositivo de expulsión por medio de una palanca, en el que se precisa conocer la amplitud de su oscilación, medida por el ángulo correspondiente, y el recorrido máximo de la pieza a extraer. Ambas magnitudes están acotadas en dicha figura (sin medidas); la representación de dicho dispositivo está efectuada con sólo el dibujo de su vista principal en corte.

6.7 Si al dibujar una pieza en corte en algunas de sus vistas, existe una *parte de ella u otras piezas distintas que estén situadas delante del plano de corte* y cuya forma interesa conocer, la representación de esta parte o pieza debe hacerse de línea de trazo y punto fina.

Un ejemplo de esta aplicación lo tenemos en el codo recto con bridas para atornillar a una canalización tubular, representado en la figura 24 en sus vistas principal y lateral izquierda (ver ficha N. 4005, hojas 1 y 2). Para poder apreciar con más claridad su parte hueca, se ha representado la vista lateral izquierda en corte; pero esta representación quedaría confusa e incompleta en este caso, al no poder apreciar el saliente y el agujero que figura en el lado izquierdo de su vista principal. Esto motivaría una nueva vista, que puede evitarse con la representación convencional adoptada.

Saliente y agujero situado delante del plano del corte

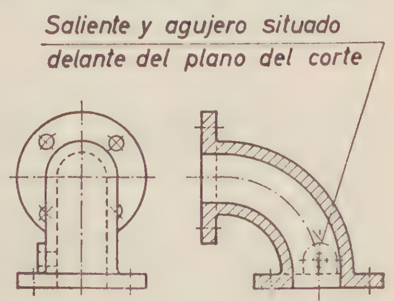


Figura 24

6.8 También se emplean las líneas de trazo y punto finas para representar las *formas primitivas de piezas forjadas o dobladas en frio.*

El ejemplo de aplicación que presentamos en la figura 25, se emplea en los dibujos de estructuras de hormigón armado, cuyos redondos llevan ganchos extremos, y sirve para la determinación de la longitud de la barra, en función de la cota final que ha de tener ésta después de doblada.

Forma primitiva del hierro redondo

2,5 d
4 d
3 d
d
(2π + 1,5) d
a
≅ 8 d

Figura 25

6.9 Igualmente se emplean las líneas de trazo y punto finas para la *limitación de detalles dibujados aparte.*

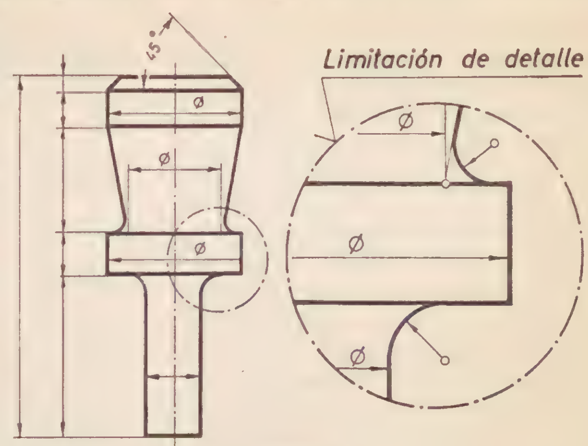


Figura 26

En la fig. 26 damos un ejemplo de esta aplicación, cuya figura representa el dibujo de la estampa del dispositivo de montaje para punzonado, correspondiente a la figura 9 de esta ficha (pieza 1). Dicha estampa, representada solamente en su vista principal, tiene confusa la acotación del contorno intermedio, debido a sus redondeamientos. La representación se aclara con el detalle, a mayor escala, dibujado a la derecha; la limitación de este detalle se hace con línea de trazo y punto fina.

6.10 Finalmente se emplean las líneas de trazo y punto finas como *limitación de perfiles laminados.*

En los dibujos de estructuras metálicas, se presenta con mucha frecuencia la necesidad de dibujar piezas de gran longitud comparada con las dimensiones de su sección transversal (perfiles laminados), que al tener que dibujarlas a escala, obligan a elegir ésta relativamente grande, por cuyo motivo resultarían dibujos muy alargados. Para salvar esta dificultad (escala grande y pequeña longitud) se utiliza el recurso de suponer idealmente cortada y suprimida, la parte intermedia de la pieza, que suele ser de sección constante y sin agujeros u otros elementos. En la figura 27 damos un ejemplo de aplicación en el dibujo de una pieza de estructura donde, con solo su vista principal y las consignaciones escritas normalizadas, queda perfectamente representada (ver ficha N. 4220 y 4222).

Limitación de perfiles laminados

110·110·12 — 80 — 90 — 120 — 90 — Ø 25 — 230 — I 30....5107 — 70 — 70 — 5107

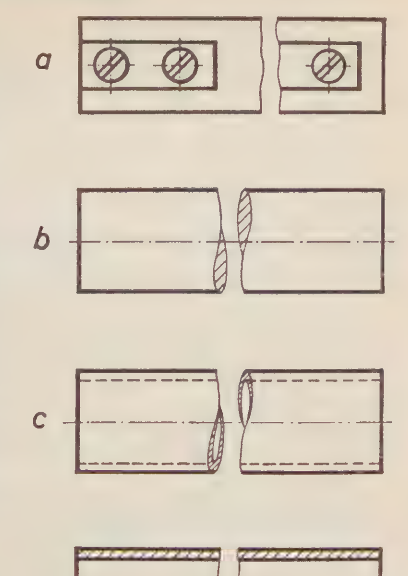
Figura 27

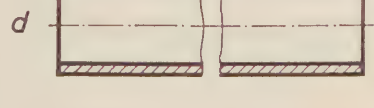
7. Aplicaciones de las líneas a mano alzada

7.1 Las líneas a mano alzada tienen un uso muy restringido en el dibujo técnico. Se emplean para *líneas de rotura para metales, aislantes, piedras, etc., así como para rotura de ejes y tubos.*

Por las razones expresadas en el párrafo 6.9. es conveniente representar piezas largas, para economía de superficie del dibujo, con una longitud menor que la real a escala; para ello se emplea el artificio de suponer rota o cortada dicha pieza, y la representación del contorno ideal del corte se hace a mano alzada mediante las llamadas líneas de rotura, que se dibujarán de línea fina. Para la rotura de metales se emplean las siguientes líneas detalladas en la figura 28 y tomadas de la norma DIN 6:

Figura 28a, rotura de cuerpos redondos en general; fig. 28b, rotura de cuerpos redondos macizos; fig. 28c, rotura de cuerpos redondos huecos; figura 28d, rotura de cuerpos redondos huecos cuando se dibujen en sección (igual que en figura 28a). Si se utiliza un corte parcial en una zona hueca de la pieza, también se emplea la línea de rotura igual que en la fig. 28a. Un ejemplo de este caso lo tenemos en la figura 28e.

a
b
c


d


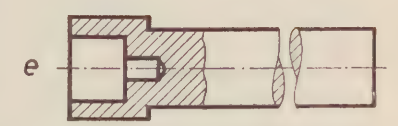
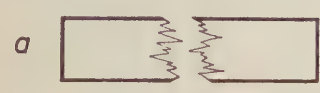
e


Figura 28

7.2 Finalmente se emplean las líneas a mano alzada como *líneas especiales de rotura para madera y representación de sus fibras en secciones transversales o longitudinales.*

Las aplicaciones de estos casos son las siguientes:

Figura 29a, rotura de madera; figura 29b, representación de una superficie de madera con sus fibras en sentido longitudinal; figura 29c, representación de una superficie de madera con sus fibras en sentido transversal.

a


b


c


Figura 29

Imp.Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

PROBLEMAS GRÁFICOS DEL PLANO

Operaciones con segmentos-Proporcionalidad.

Construcción de segmentos proporcionales.

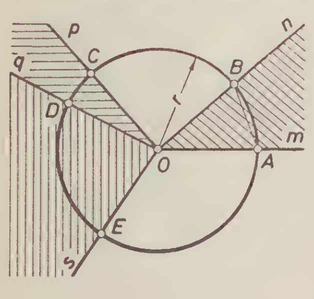
1. Generalidades

En la Geometría racional se estudian diversos entes geométricos tales como segmentos, arcos de circunferencia, polígonos, figuras planas, cuerpos, etc., entre los cuales se establecen definiciones y propiedades que sirven para distinguirlos y diferenciarlos, a fin de poder operar con ellos convenientemente. Estos entes geométricos u objetos, son *cantidades homogéneas* comparables entre sí, ya que siempre es posible obtener la medida de cualquiera de ellas comparándola con otra de su misma especie tomada como unidad. La cualidad común a todas las cantidades homogéneas se llama *magnitud.*

Así por ejemplo, entre segmentos o arcos de circunferencia iguales o desiguales existe una cualidad común a todos ellos que puede servirnos para su comparación, llamada *longitud,* esta cualidad común, específica de los segmentos y arcos, no la poseen los otros entes geométricos (ángulos, polígonos, cuerpos, etc.). Análogamente, la cualidad común o magnitud de los ángulos se llama *amplitud:* la de los polígonos y figuras planas, *superficie;* la de los cuerpos geométricos, *volumen,* etc.

2. Proporcionalidad de magnitudes

2.1 Consideremos como ejemplo para establecer la proporcionalidad de magnitudes, dos circunferencias (fig. 1) del mismo radio **r** y centros **O** y **O'**. Tracemos en ambas las semirrectas **m** y **m'** que pasen por **O** y **O'**, las cuales cortarán a las circunferencias en los puntos **A** y **A'**. Hagamos a continuación centro en **A** y **A'** con una abertura de compás arbitraria pero constante, y tracemos arcos que cortarán en **B** y **B'** a ambas circunferencias. Unamos finalmente **B** y **B'** con **O** y **O'** respectivamente, lo cual nos dará la posición de las semirrectas **n** y **n'** y unamos también **B** con **A** y **B'** con **A'**.



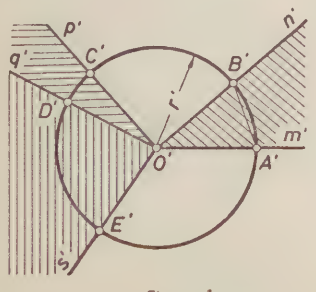


Figura 1

2.2 Con estas sencillas construcciones hemos obtenido en las dos circunferencias:

a) Dos triángulos **OAB** y **O' A' B'** que por tener sus tres lados iguales, son iguales; de esta igualdad se deduce la de los ángulos **BOA** y **B' O' A'**, * o sea que se verificará

ángulo **mn** = ángulo **m'n'** (1)

* Ver definición de ángulo en ficha P. G. 2110.

b) Por otra parte, los arcos **AB** y **A' B'** de radios iguales subtendidos por cuerdas iguales, también son iguales, verificándose que

arco **AB** = arco **A' B'** (2)

Como consecuencia de las relaciones (1) y (2), podemos establecer que *en dos circunferencias iguales, arcos iguales se corresponden con ángulos centrales iguales.* *

2.3 Continuando nuestro razonamiento, repitamos las operaciones dadas en 2.1 con otra cuerda distinta **CD** de la **AB,** con lo cual obtendremos los arcos **CD** y **C' D'** que serán iguales entre sí, así como los ángulos **pq** y **p' q'** que también serán iguales. Seguidamente, y por el mismo procedimiento construyamos contiguamente, con cuerdas **DE** y **D' E',** otros dos arcos **DE, D' E'** y otros dos ángulos **qs, q' s'** iguales entre sí.

Como consecuencia de estas construcciones, podemos deducir que el ángulo **ps** es igual al ángulo **p' s'** por ser suma de ángulos consecutivos iguales, y también que el arco **CE** es igual al **C' E'** por ser igualmente suma de arcos consecutivos iguales, o sea que

ángulo **ps** = ángulo **p' s'** (3)

arco **CE** = arco **C' E'** (4)

2.4 Teniendo presente por una parte las relaciones obtenidas en (1) y (2) podemos enunciar que *en dos circunferencias iguales, a arcos iguales corresponden ángulos centrales iguales* (y viceversa). Por otra parte, considerando las relaciones (3) y (4) diremos que *si un arco es suma de otros dos, el ángulo central correspondiente al primero es la suma de los correspondientes a los sumandos.*

2.5 Cuando entre dos magnitudes geométricas se pueden establecer las correspondencias entre cantidades de ellas, análogas a las consignadas en el párrafo 2.4, se dice que ambas magnitudes *son proporcionales.*

Ampliando estos conceptos a otras magnitudes distintas a las que nos han servido de ejemplo (arcos y ángulos), estableceremos la siguiente definición general de proporcionalidad.

3. Definición de magnitudes proporcionales.-Propiedades

3.1 Dos magnitudes se dice que *son proporcionales* cuando entre sus distintas cantidades se puede establecer una correspondencia tal que *a cantidades iguales de la primera correspondan cantidades iguales de la segunda,* y se cumpla además que *a cantidades suma de dos de la primera, correspondan cantidades sumas de las análogas de la segunda;* o bien dicho con mayor brevedad, *que exista correspondencia en la igualdad y la suma.*

Esta definición de magnitudes proporcionales es de carácter completamente general, y es válida no sólo para las magnitudes geométricas, sino

* Esta relación puede establecerse también en una misma circunferencia.

también para las físicas, mecánicas, químicas, etc. La proporcionalidad entre magnitudes iguales o distintas permite reducir la medida o comparación de cantidades de una de ellas a la de otras proporcionales a las mismas. Por ejemplo, si estudiamos diversos cilindros rectos de sección circular constante y alturas variables, podemos deducir que existe proporcionalidad entre sus volúmenes y alturas respectivas, ya que a cilindros de igual volumen corresponden alturas iguales, y a un cilindro cuyo volumen es suma de otros dos, corresponde una altura que es suma de la de éstos. Por consiguiente podemos decir que *los volúmenes de cilindros rectos de sección constante son proporcionales a sus alturas respectivas.* Consecuencia de esta relación de proporcionalidad es la de poder utilizar en cierto modo para la medida de los volúmenes de los cilindros rectos de sección circular constante, la de sus respectivas alturas.

3.2 A la relación o cociente entre dos cantidades correspondientes de dos magnitudes proporcionales, se la denomina *coeficiente de proporcionalidad* y es siempre una cantidad constante.

El coeficiente de proporcionalidad tiene una dimensión *cero* cuando se establece la razón entre cantidades diversas de dos magnitudes de la misma especie. Por ejemplo, si consideramos la representación de un objeto cualquiera a mayor o menor tamaño que dicho objeto, como es corriente en cualquier dibujo técnico, y comparamos varios segmentos rectilíneos del dibujo **d** con sus correspondientes **r** a tamaño natural, vemos que la razón o cociente **d : r** en cualquiera de dos segmentos homólogos, es una cantidad constante; esto ocurre por ser los respectivos segmentos del dibujo proporcionales a sus homólogos del objeto. Esta cantidad constante será pues el coeficiente de proporcionalidad, que recibe en este caso particular el nombre de *escala de dibujo* (ver ficha N. 4202, párrafo 2); la dimensión de una escala de dibujo es nula, a sea, la escala es un número real abstracto, por ser el cociente de dos magnitudes homogéneas.

Cuando la comparación de cantidades se establece entre magnitudes de distinta especie, el coeficiente de proporcionalidad tiene una dimensión que es función de las cantidades que se comparan. En el ejemplo citado anteriormente en que se comparan cilindros rectos de sección circular constante, donde ya vimos que los volúmenes **V** de dichos cilindros son proporcionales a sus alturas **h**, la relación o cociente **V : h**, que es el coeficiente de proporcionalidad, tiene la dimensión de una superficie ($L^3 : L = L^2$), cuyo coeeficiente es precisamente *el área de la sección recta* expresada en unidades de superficie.

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

Operaciones con segmentos.-Proporcionalidad.
Construcción de segmentos proporcionales
(continuación)

4. Proporcionalidad de segmentos

En el estudio comparativo de figuras geométricas tales como figuras semejantes, homotéticas, etc., se plantea con frecuencia la necesidad de operar con segmentos de rectas de una de las figuras, proporcionales en un orden determinado con segmentos de la otra. Igualmente en la ejecución de cualquier dibujo técnico, la proporcionalidad entre segmentos tiene una importancia fundamental, ya que es la base de construcción de la escala a que ha de ser representado un objeto en dicho dibujo.

Las diferentes construcciones gráficas empleadas en los problemas clásicos de construcción de segmentos proporcionales están basadas en la propiedad fundamental de la proyección paralela, que a continuación exponemos.

4.1 Proyección paralela.-Propiedades

La operación de proyectar varios puntos **1, 2, 3,... n**, de una recta **r** (fig. 1) sobre otra recta **r'**, paralelamente a una dirección dada **d** consiste en obtener sobre la recta **r'** los puntos **1', 2', 3',... n'** como intersecciones de rectas que pasando por **1, 2, 3,... n,** sean paralelas a **d.**

Figura 1

El punto **V** de intersección de las rectas **r** y **r'** puede ser propio, como sucede en la figura 1, o impropio (**r** y **r'** paralelas).

Se demuestra fácilmente en la Geometría racional que en toda proyección paralela, a segmentos iguales de una de ellas, corresponden segmentos iguales de la otra (si p. e. es **1-2 = 3-4,** será **1'-2' = 3'-4'**); también se demuestra que a un segmento tal como el **1-3,** suma de los **1-2** y **2-3,** corresponde otro **1'-3'** suma de los **1'-2'** y **2'-3'**; de estas propiedades se deduce (ver párrafo 3 de esta ficha) que si cortamos dos rectas cualesquiera por una serie de rectas paralelas, *los segmentos interceptados por éstas sobre una de las rectas dadas, son proporcionales a los interceptados en la otra.*

Como consecuencia de esta propiedad podemos enunciar esta otra de suma importancia: *Si varias rectas paralelas son cortadas por dos transversales,*

la razón (cociente) de dos segmentos cualesquiera de una de ellas es igual a la razón de los correspondientes de la otra. Esta propiedad se conoce con el nombre de «Teorema de Tales».

4.2 La expresión analítica de la proporcionalidad de segmentos en la proyección paralela, según la figura 1, será pues la siguiente:

$$\frac{1\text{-}2}{1'\text{-}2'} = \frac{2\text{-}3}{2'\text{-}3'} = \frac{3\text{-}4}{3'\text{-}4'} = \frac{2\text{-}V}{2'\text{-}V'} = \frac{V\text{-}3}{V'\text{-}3'} = ... = k \qquad (1)$$

También por sumas o diferencias de segmentos, podemos escribir:

$$\frac{1\text{-}3}{1'\text{-}3'} = \frac{2\text{-}4}{2'\text{-}4'} = \frac{1\text{-}4}{1'\text{-}4'} = ... = k \qquad (2)$$

Tanto en las expresiones (1) como en (2), la constante **k** o coeficiente de proporcionalidad, es el mismo, siendo un *número abstracto real* por ser el cociente de dos magnitudes homogéneas (longitudes).

Si consideramos los segmentos tomados sobre la recta **r** como proyectantes, los homólogos sobre la recta **r'** serán los de su proyección paralela según la dirección **d**; la razón de dos segmentos homólogos $\frac{1\text{-}2}{1'\text{-}2'} = ... = k$ o coeficiente de proporcionalidad podrá ser mayor, igual o menor que la unidad, según que los segmentos de **r** sean mayores, iguales o menores que los de **r'**.

4.3 Si aplicamos el Teorema de Tales al caso particular de un triángulo **ABC**, en el cual trazamos una paralela **DE** al lado **AB** (fig. 2), se verificará en el caso **a** representado, que

$$\frac{CD}{DA} = \frac{CE}{EB} \qquad (3)$$

y en el caso **b**, que

$$\frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB} \qquad (4)$$

De las expresiones (3) y (4) se deduce la siguiente propiedad:

Toda paralela a los lados de un triángulo que corte a los otros dos, determina sobre éstos segmentos que son proporcionales.

4.4 Recordemos que en Matemáticas y en Geometría, al conjunto de expresiones tales como las (3) y (4) cuya forma general es

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \qquad (5)$$

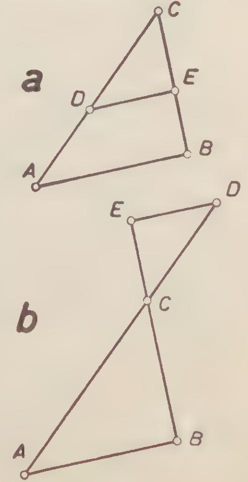


Figura 2

se las da el nombre de *proporción*. Los miembros **a : b** y **c : d** se llaman *razones*. Los elementos **a** y **c** se llaman *antecedentes;* los **b** y **d**, *consecuentes;* los **b** y **c**, *medios* y finalmente los **a** y **d**, *extremos*. Si como caso particular, los medios fuesen iguales (**b** = **c**) la proporción se llama *continua*, y estos medios iguales se dice que forman *media proporcional* con sus extremos.

5. Construcción gráfica de segmentos proporcionales

Las propiedades de la proyección paralela estudiadas en el párrafo 4, nos permite resolver varios problemas sobre construcción de segmentos proporcionales, de aplicación al dibujo técnico. Entre ellos destacamos los siguientes:

5.1 Construir un segmento x que sea cuarto proporcional respecto a tres segmentos dados a, b y c, siendo a : b la razón de proporcionalidad.

Para la resolución de este ejercicio, basta aplicar las propiedades enunciadas y demostradas en el párrafo 4.3 de esta ficha, de forma que se verifique que $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$

5.11 Sean **a**, **b** y **c** (fig. 3) los segmentos dados.

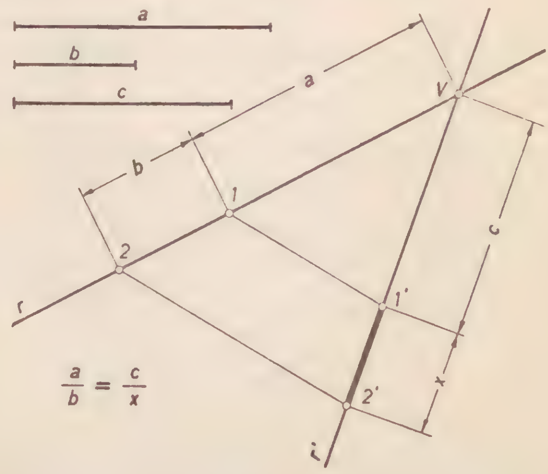


Figura 3

5.111 Tracemos dos rectas arbitrarias **r** y **r'** secantes en **V**.

5.112 Tomemos sobre una de ellas p. e. la **r** y a partir de **V** los segmentos

consecutivos **V-1** y **1-2** iguales respectivamente a **a** y **b** (estos segmentos son los que forman la relación de proporcionalidad dada).

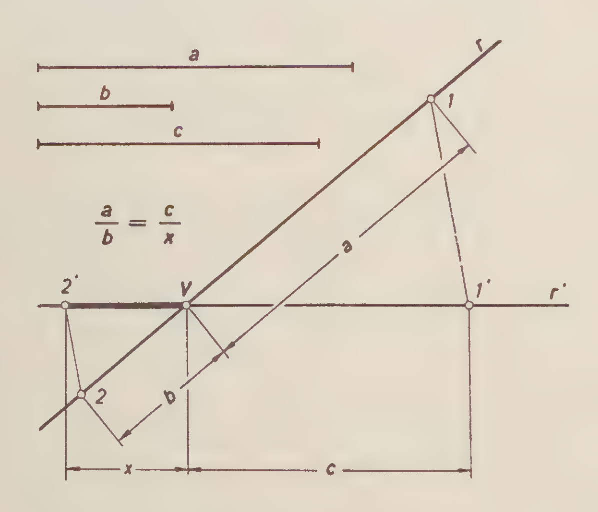
5.113 Tomemos seguidamente sobre **r'** y a partir también de **V,** el segmento **V-1'** igual a **c.**

5.114 Unamos los puntos **1** y **1',** y tracemos por **2** una paralela a la recta **1-1'** que cortará en **2'** a la recta **r'.**

El segmento **1'-2'** será el cuarto proporcional a los **a, b** y **c** de razón **a : b.**

Como puede verse fácilmente este trazado es una aplicación inmediata de la propiedad (3) enunciada en el párrafo 4.3 de esta ficha, figura 2a.

5.12 Si aplicamos la propiedad (4) de la figura 2b del mencionado pá-



Figura

rrafo 4.3, el problema se resuelve de forma análoga, dando lugar al segundo trazado representado en la figura 4, que estimamos no necesita aclaración alguna.

Obsérvese que en ambos trazados, los segmentos datos **a** y **b** los colocamos *aditivamente* sobre la recta **r.**

Imp.Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

Operaciones con segmentos. Proporcionalidad
Construcción de segmentos proporcionales

(continuación)

5.13 También puede ser colocados los segmentos **a** y **b** en forma *sustractiva* sobre la recta **r.**

Esto da lugar al tercer trazado representado en la figura 5, que al igual que el anterior no creemos necesite mayor aclaración.

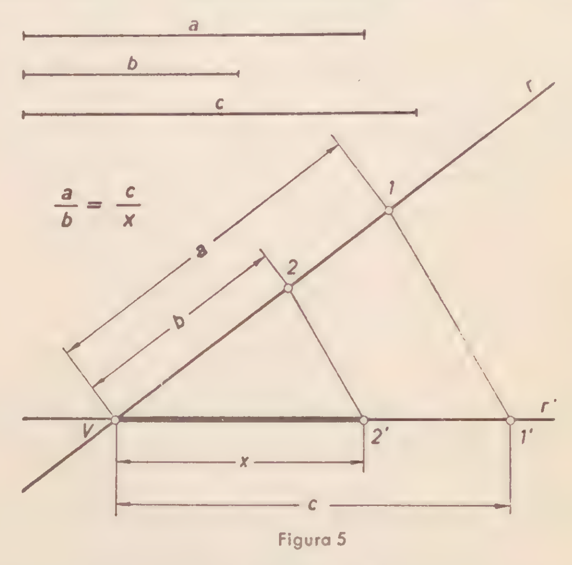


Figura 5

Hagamos destacar que las tres soluciones clásicas del problema planteado en el párrafo 5.1 cuyos trazados son aparentemente distintos, tienen todos la misma base común.

Continuando el estudio sobre problemas de segmentos proporcionales, vamos a plantear y resolver otro de sus problemas clásicos, y que también se aplica en el dibujo técnico.

5.2 Dividir un segmento a en otros dos buscados x e y que sean proporcionales a otros dos dados m y n siendo m : n la razón de la proporcionalidad.

El problema planteado supone encontrar dos segmentos **x** e **y** que cumplan las condiciones siguientes:

1.ª $\quad x + y = a$

2.ª $\quad \dfrac{x}{y} = \dfrac{m}{n}$

En su solución que a continuación exponemos, igualmente que en las del problema 5.1, se utilizan las propiedades enunciadas en el párrafo 4.2 de esta ficha; su trazado es como sigue:

5.21 Sean **a, m** y **n** los segmentos dados.

5.211 Tracemos dos rectas arbitrarias **r** y **r',** secantes en **V** (fig. 6).

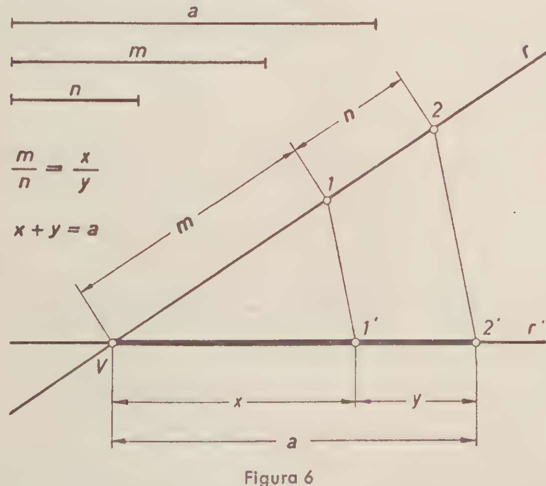


Figura 6

5.212 A partir de **V** y sobre **r** tómense *aditivamente* los segmentos **m** y **n,** obteniéndose los puntos **1** y **2.**

5.213 A partir de **V** y sobre **r'** tómese el segmento **a** obteniéndose el punto **2'.**

5.214 Únase **2** con **2'** y trácese por **1** una paralela a la recta **2-2'** que cortará a **r'** en el punto de división **1'** del segmento **a.**

Los segmentos **V-1'** y **1'-2'** son los **x** e **y** buscados, ya que en virtud de la propiedad enunciada en el mencionado párrafo 4.2, cumple las condiciones 1.ª y 2.ª del párrafo 5.2, fijadas en el enunciado.

5.22 También es clásica la segunda construcción de este mismo problema con el trazado siguiente, basado también en la misma propiedad que el anterior (fig. 7).

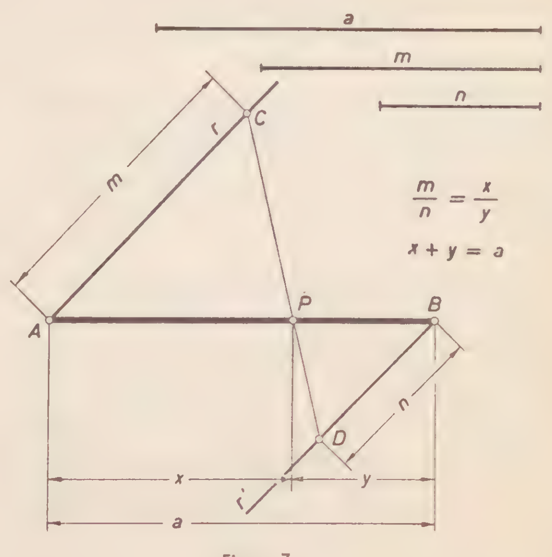


Figura 7

5.221 Tómese el segmento **AB** igual a **a**, y por los extremos **A** y **B** y en distintos semiplanos con respecto a **a**, trácense las rectas paralelas **r** y **r'**.

5.222 Tómese sobre **r** y a partir de **A**, el segmento **m**, que nos fijará el punto **C**.

5.223 Tómese sobre **r'** y a partir de **B** el segmento **n**, que nos fijará el punto **D**.

5.224 Trácese la recta **CD** que cortará en **P** a la **AB**.

Los segmentos **AP** y **PB** son los **x** e **y** buscados, ya que en virtud de la propiedad enunciada en el ya mencionado párrafo 4.2, cumple las condiciones 1.ª y 2.ª del párrafo 5.2 fijadas en el enunciado de este problema.

5.3 Construir un segmento x que sea medio proporcional entre otros dos dados a y b.

El problema planteado supone encontrar un segmento **x** que cumpla la condición

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$$

La solución de este problema se encuentra de inmediato aplicando la propiedad de la potencia de un punto con respecto a una circunferencia estudiada y demostrada en la ficha P. G. 2401, hoja 2, párrafo 4.1, que dice que *si desde un punto exterior a una circunferencia trazamos una tangente a ella y una secante que pase por su centro, el segmento (t) de la tangente es medio proporcional entre la secante máxima (d + r) y la mínima (d — r).*

Aplicando esta propiedad obtendremos el siguiente trazado:

5.31 Sean **a** y **b** los segmentos dados (fig. 8).

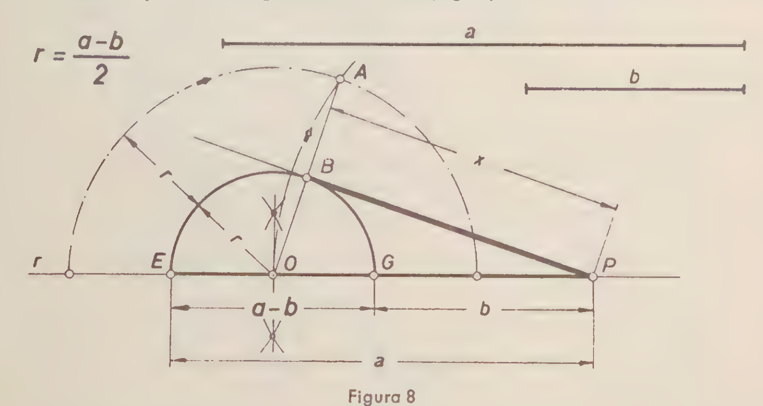


Figura 8

5.311 Tómese sobre una recta **r** cualquiera, un segmento **EP** igual al mayor de los dados, y réstesele el menor (ver ficha P. G. 2010, párrafo 3); en la figura, **EG** es el segmento diferencia.

5.312 Hállase el punto medio **O** de **EG** (ver ficha P. G. 2131) y con centro en él y radio **EO** trácese una semicircunferencia.

5.313 Trácese desde **P** la recta **BP** tangente a la semicircunferencia anterior, según el proceso indicado en la ficha P. G. 2421.

5.313 El segmento de tangente **BP** será el pedido, ya que la potencia del punto **P** con respecto a la semicircunferencia trazada según 5.312 (ver ficha P. G. 2401, hoja 2, párrafo 3), será

$$\mathbf{p} = \mathbf{PE} \times \mathbf{PG} = \mathbf{PB}^2$$

o lo que es lo mismo

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{x}^2$$

de donde se deduce que

$$\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{x}}{\mathbf{b}}$$

lo cual nos indica que el segmento **x** obtenido en el trazado expuesto, cumple las condiciones del problema.

Imp.Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

CIRCUNFERENCIA.-Relaciones métricas.

Potencia de un punto con respecto a una circunferencia.

1. Generalidades

Si por un punto del plano de una circunferencia se trazan dos rectas secantes a la misma, se producen en cada una de ellas dos segmentos rectilíneos comprendidos entre el punto dado y los de intersección con la circunferencia. Estos segmentos poseen propiedades métricas muy interesantes que vamos a estudiar a continuación.

2. Relación entre secantes

Sean **P** el punto dado y **O** el centro de la circunferencia de radio **r**, también dado. Ya vimos en la ficha P. G. 2401, párrafo 3, que la posición de **P** con respecto a la circunferencia depende de la distancia **d** a que se encuentre dicho punto del centro **O**, comparada con el radio **r**. Si es $d > r$ el punto **P** es exterior; si es $d < r$ el punto es interior, y si es $d = r$ el punto está en la circunferencia.

Consideremos los tres casos posibles. Sea (fig. 1) **Or** la circunferencia de centro **O** y radio **r**, y **P** el punto dado.

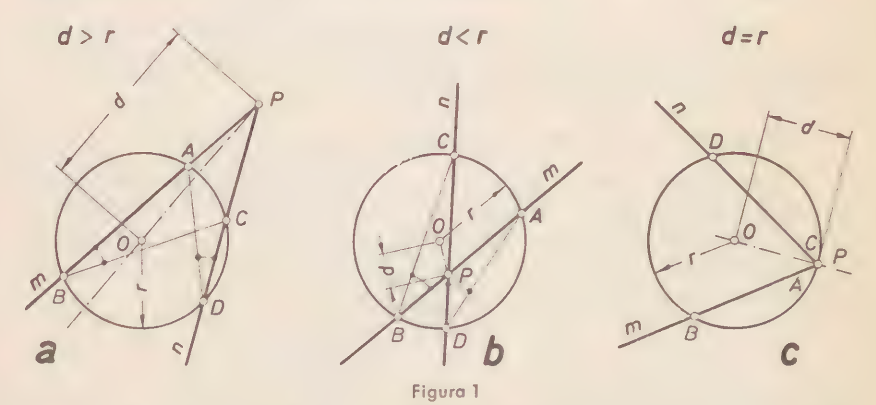


Figura 1

Tracemos por **P** dos secantes cualesquiera **m** y **n** que corten a **Or** en los puntos **A, B, C** y **D** respectivamente, determinando la primera los segmentos **PA, PB,** y la segunda los **PC, PD.** Unamos los puntos **A** con **D** y **B** con **C.**

En la figura **1a** se nos forman los dos triángulos **PAD** y **PBC** que tienen:

a) Los ángulos **PBC** y **PDA** iguales, por ser inscritos en una misma circunferencia y abarcar el arco **AC** común.

b) Los ángulos **BPC** y **APD** comunes, y por consiguiente también iguales.

Así pues, dichos triángulos en virtud del segundo criterio de semejanza, expresado en la ficha P. G. 2204, párrafo 4, son semejantes. Estableciendo la proporcionalidad de los lados homólogos opuestos a ángulos iguales, podremos escribir que

$$\frac{PA}{PD} = \frac{PC}{PB}$$

de donde se deduce que

$$PA \times PB = PC \times PD \qquad (1)$$

En la figura **1b** se nos forman igualmente los dos triángulos **PAD** y **PBC** que también son semejantes por las mismas razones anteriores, ya que los ángulos **BPC** y **APD** en lugar de ser comunes, son opuestos por el vértice y por lo tanto, también iguales. Por consiguiente la propiedad (1) subsiste.

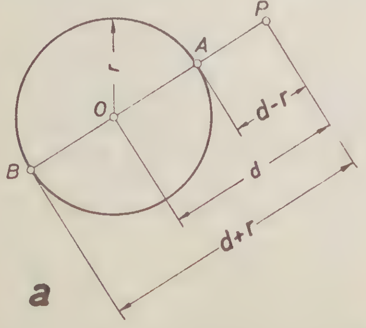
En la figura **1c** los segmentos **PA** y **PC** se hacen cero y la propiedad (1) subsiste también, haciéndose cero los productos de ambos miembros de la igualdad.

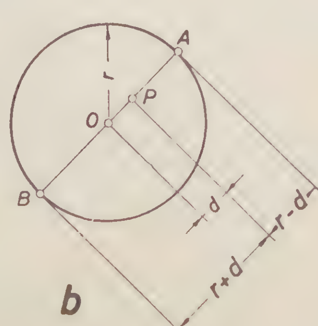
Como consecuencia de las relaciones anteriores, y siendo **m** y **n** dos secantes cualesquiera, podemos enunciar la siguiente propiedad, válida para todas las secantes que pasen por un punto fijo **P** y corten a una circunferencia:

Si por un punto del plano de una circunferencia se trazan dos secantes a la misma, el producto de los segmentos determinados por dicho punto y los de intersección de cada secante con la circunferencia, es constante.

3. Potencia de un punto con respecto a una circunferencia

Si consideramos nuevamente una secante **m** a una circunferencia desde un punto **P**, que la corte en **A** y **B** y hacemos girar la recta **m** alrededor de **P**, el producto **PA × PB** permanece constante. A esta cantidad se le da el nombre de *potencia* de **P** con respecto a la circunferencia, y se la designa comúnmente con la letra minúscula **p.**





Figura

El cálculo del valor de la potencia **p** en función de los datos fijados, se deduce fácilmente de las consideraciones anteriores. En efecto, si **P** es exterior a la circunferencia **Or** (fig. 2a), y **d** es su distancia al centro **O,** deberá ser $\mathbf{d} > \mathbf{r}$. Uniendo **P** con el centro **O,** esta recta cortará a la circunferencia en **A** y **B,** y aplicando la propiedad de las secantes, se verificará que

$$\mathbf{p} = \mathbf{PA} \times \mathbf{PB} = (\mathbf{d} - \mathbf{r})(\mathbf{d} + \mathbf{r}) = \mathbf{d}^2 - \mathbf{r}^2 \qquad (1)$$

Si el punto **P** es interior (fig. 2b), se verificará análogamente que

$$\mathbf{p} = \mathbf{PA} \times \mathbf{PB} = (\mathbf{r} - \mathbf{d})(\mathbf{r} + \mathbf{d}) = -(\mathbf{d}^2 - \mathbf{r}^2) \qquad (2)$$

Comparando las relaciones (1) y (2) vemos que son iguales y de signo contrario; a fin de unificar estos valores, se establece el convenio de que cuando el punto sea exterior, en cuyo caso los segmentos **PA** y **PB** tienen el mismo sentido, su producto es *positivo;* cuando el punto sea interior, dichos segmentos tienen sentidos opuestos, y su producto es *negativo.* Por consiguiente, la potencia será positiva o negativa según que el punto sea exterior o interior.

De esta forma podremos decir en general que el valor de la potencia es siempre

$$\mathbf{p} = \mathbf{d}^2 - \mathbf{r}^2 \qquad (3)$$

cualquiera que sea la posición del punto **P,** incluso si **P** pertenece a la circunferencia, en que la potencia se hace cero por ser $\mathbf{d} = \mathbf{r}$.

4. Propiedades de la potencia de un punto con respecto a una circunferencia.

Consideremos nuevamente una circunferencia **Or** de centro **O** y radio **r,** y un punto **P** de su plano.

4.1 Si el punto **P** es exterior (fig. 3) y trazamos una secante cualquiera **m** que pase por **P** se verificará, según acabamos de ver en el párrafo 3, que el producto **PA** × **PB** permanece constante. Si hacemos girar la recta **m** alrededor de **P,** los puntos **A** y **B** irán variando de posición; habrá una posición particular **m'** de la secante en que ésta pase por el centro **O** y otra **m''** en que sea tangente a **Or** donde los puntos **A** y **B** son coincidentes con el punto de tangencia **T.** Para estas posiciones particulares también

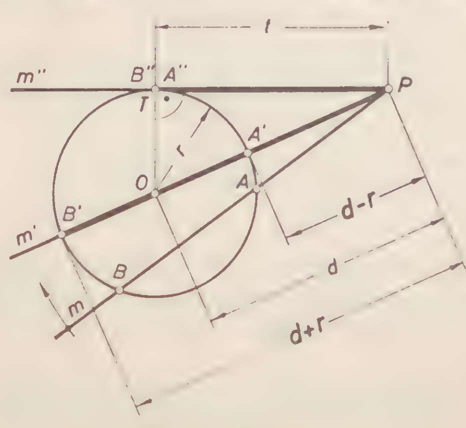


Figura 3

se verificará la propiedad general de la potencia, por lo que podemos escribir que

$$\mathbf{p = PA \times PB = PA' \times PB' = PA'' \times PB''}$$

Llamando **t** a la longitud de la tangente y **d** a la distancia de **P** a **O**, la expresión anterior se transformará en

$$\mathbf{p = (d + r)(d - r) = t^2} \qquad (1)$$

cuya expresión indica que *si desde un punto exterior a una circunferencia trazamos una tangente a ella y una secante que pase por su centro, el segmento (t) de la tangente es medio proporcional entre la secante máxima (d + r) y la mínima (d — r).*

4.2 Si el punto **P** es interior (fig. 4) y trazamos una secante cualquiera que pase por **P**, se verificará según vimos en el párrafo 3, que el producto **PA × PB** permanece constante. Si hacemos girar la recta **m** alrededor de **P**, los puntos **A** y **B** irán variando de posición; habrá una posición particular **m'** de la secante en que ésta pase por el centro **O** y otra **m''** en que sea perpendicular a la anterior. Para estas posiciones particulares también se verificará la propiedad general de la potencia, por lo que podemos escribir que

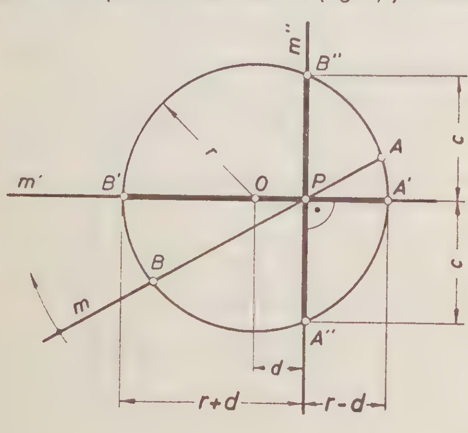


Figura 4

$$\mathbf{p = PA \times PB = PA' \times PB' = PA'' \times PB''}$$

Pero siendo **A' B'** un diámetro de la circunferencia y **A'' B''** una cuerda perpendicular a dicho diámetro, ésta corta a aquélla en su punto medio, por lo que será **B'' P = PA''**.

Llamando **c** a la longitud de la semicuerda, y **d** a la distancia de **P** a **O**, la expresión se transformará en

$$\mathbf{p = (r + d)(r - d) = c^2}$$

cuya expresión indica que *si desde un punto interior a una circunferencia trazamos un diámetro y una cuerda que pasando por dicho punto sea perpendicular al diámetro, la semicuerda (c) es media proporcional entre los segmentos (r + d, y r — d) en que queda dividido dicho diámetro.*

Las propiedades estudiadas en los párrafos 4.1 y 4.2 se aplican para la construcción de segmentos que sean medios proporcionales a otros dados véanse fichas P. G. 2011, hojas 3 y 4).

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

CIRCUNFERENCIA.-Eje radical de dos circunferencias. Definición y trazado. Centro radical de tres circunferencias. Definición y trazado.

CIRCUNFERENCIA

1. Eje radical de dos circunferencias

Si consideramos dos circunferencias coplanarias, vamos a estudiar el l. g. de los puntos del plano que tienen igual potencia con respecto a dos circunferencias dadas.

Sean (fig. 5) las dos circunferencias de centros **O, O'** y radios **r, r'** respectivamente, siendo **a** la distancia entre sus centros.

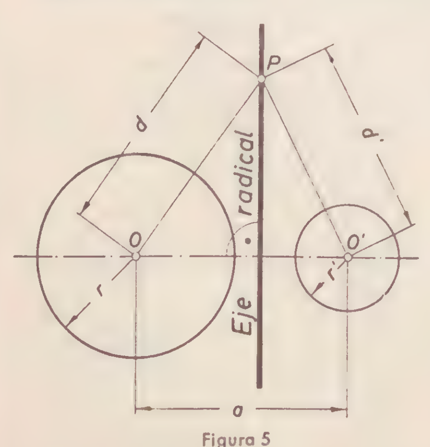


Figura 5

Supongamos un punto **P** del plano que cumpla las condiciones buscadas, lo cual quiere decir que si llamamos **d** y **d'** a las distancias de **P** a **O** y **O'** respectivamente, se ha de verificar para este punto que

$$p = d^2 - r^2 = d'^2 - r'^2 \qquad (1)$$

Transformando la expresión (1), se deduce que

$$d^2 - d'^2 = r^2 - r'^2 \qquad (2)$$

lo cual nos indica que siendo **r** y **r'** constantes, la diferencia de sus cuadrados $r^2 - r'^2$ también lo será. Por consiguiente el l. g. buscado equivale a aquél en que la diferencia de cuadrados a dos puntos fijos (los centros **O** y **O'** de las circunferencias dadas) es constante.

En la ficha P. G. 2806, hoja 2, l. g. n.º 23 hemos estudiado este caso y vimos que dicho l. g. *es una recta perpendicular a la de unión de los centros O y O' de las circunferencias dadas.*

A esta recta se la denomina *eje radical* de ambas circunferencias, siendo por definición el l. g. de los puntos del plano de igual potencia con respecto a las dos circunferencias.

1.1 Trazado del eje radical de dos circunferencias

Acabamos de ver en el párrafo anterior que el eje radical de dos circunferencias coplanarias *es una recta perpendicular a la línea de los centros;* por consiguiente, para poder dibujarla basta tan sólo conocer la posición de un punto de ella, ya que su dirección es conocida. Si sabemos encontrar un punto del plano de igual potencia con respecto a las dos circunferencias, el trazado del eje radical de ambas es fácil de realizar.

Los casos posibles que puedan presentarse, son los de las posiciones relativas de dos circunferencias en el plano, los cuales dependen de la distancia **d** entre sus centros y de los radios **r** y **r'** respectivos. En la ficha P. G. 2401, párrafo 5, estudiamos todos los casos posibles que a continuación reseñamos:

1.º	$d > r + r'$	Circunferencias exteriores.
2.º	$d = r + r'$	Id. tangentes exteriormente.
3.º	$r + r' > d > r - r'$	Id. secantes.
4.º	$d = r - r'$	Id. tangentes interiormente.
5.º	$r - r' > d = 0$	Id. interiores no concéntrícas.
6.º	$d = 0$	Id. interiores concéntricas.

En el caso 1.º, un punto de igual potencia con respecto a ambas circunferencias, puede ser (fig. 6) el punto medio **S** (o el **S'**) del segmento

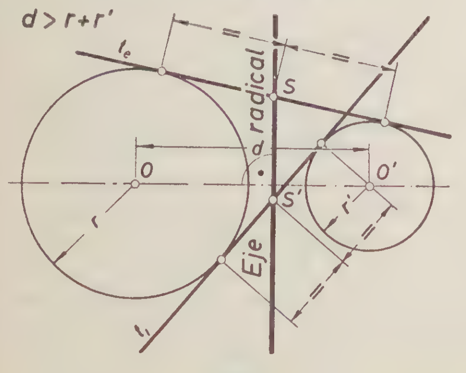


Figura 6

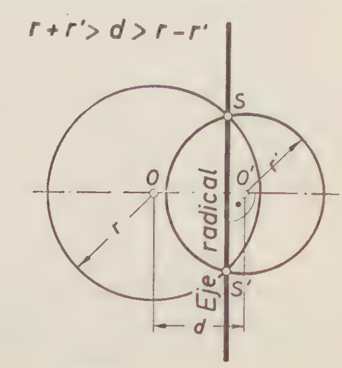


Figura 7

comprendido entre los puntos de contacto de la tangente exterior (o interior) a ellas. El trazado de la tangente ha sido estudiado en la ficha P. G. 2422

(o en la ficha P. G. 2423); el de obtención del punto medio **S** (o el **S'**) en la P. G. 2131, y el trazado de la perpendicular por **S** (o **S'**) a **OO'** en la P. G. 2133 que habrán de aplicarse a este ejercicio.

En el caso 3.º (fig. 7) los puntos **S** y **S'** de intersección de ambas circunferencias, tienen potencia cero para ambas, por lo que la recta que los une, perpendicular a la línea de los centros, es el eje radical; su trazado es pues inmediato.

En los casos 2.º y 4.º (figuras 8 y 9), el punto de contacto **P**, es

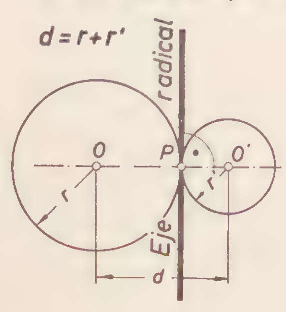


Figura 8

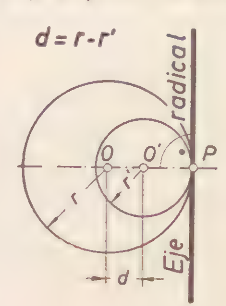


Figura 9

también de potencia cero, por lo que el eje radical pasará por él; su trazado es fácil y se aplicará el estudiado en la ficha P. G. 2130.

En el caso 5.º buscaremos un punto **P** del lugar (fig. 10) mediante el siguiente procedimiento.

Tracemos una circunferencia auxiliar secante con las dos dadas de centro **M** y radio arbitrario. Sean **A** y **B** los puntos de intersección de esta circunferencia auxiliar con la dada **O**, y **C**, **D**, los correspondientes a **O'**. Uniendo **A** con **B** y **C** con **D**, las rectas **AB** y **CD** serán respectivamente los ejes radicales de las circunferencias **M** y **O**, y de las **M** y **O'**; estas rectas no serán en general paralelas, por lo que se cortarán en el punto **P**. Este punto **P** será un punto de igual potencia con respecto a las tres circunferencias **O**, **O' M**, por lo que lo será a su vez respecto a las **O** y **O'**. Por consiguiente, el eje radical buscado pasará por él.

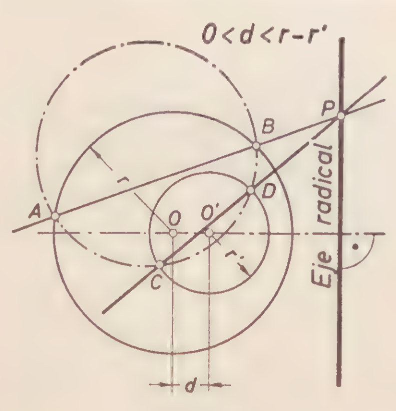


Figura 10

Su trazado es inmediato aplicando las construcciones de la ficha P. G. 2133.

En el caso 6.º, aplicando el mismo procedimiento anterior (fig. 11), vemos que los ejes radicales **AB** y **CD** son paralelos, por lo que el buscado es una recta impropia y no se puede obtener gráficamente.

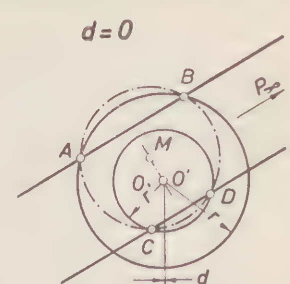


Figura 11

El procedimiento utilizado en el caso 5.º, es general y puede servir para todos los casos estudiados.

2. Centro radical de tres circunferencias

Si consideramos tres circunferencias coplanarias de centros **O, O', O''** y radios respectivos **r, r', r''**, existirá en general un eje radical para las **O, O'** y otro para las **O', O''** que se cortarán en un punto **P** (si no son paralelas), de igual potencia con respecto a **O, O', O''** y por consiguiente pertenecerá al eje radical de las **O, O''**. A este punto común de los tres ejes radicales, que tiene igual potencia con respecto a las tres circunferencias, se le llama *centro radical* de ellas.

2.1 Trazado del centro radical de tres circunferencias

De las consideraciones anteriores se deduce que para obtener el centro radical de tres circunferencias basta con hallar el punto de intersección de los ejes radicales de dos cualesquiera de ellas; como todos los casos posibles de trazados de ejes radicales han sido estudiados en el párrafo 5.1 de esta ficha, omitimos la determinación del centro radical que es inmediato.

El centro radical de tres circunferencias existe en general cualesquiera que sean los radios de ellas y sus distancias entre centros. Excepcionalmente cuando dos al menos de ellas sean concéntricas, o los centros estén alineados, el centro radical es impropio y no puede obtenerse gráficamente.

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

 Enero 1968

TRIÁNGULOS.-Igualdad. Criterios de igualdad de triángulos.-Semejanza. Criterios de semejanza de triángulos.

TRIÁNGULOS.-Igualdad. Criterios de igualdad de triángulos. Semejanza. Criterios de semejanza de triángulos

1. Igualdad de triángulos

Dos figuras geométricas en general se dice que son *iguales*, cuando superponiendo una a otra coinciden todos sus elementos componentes (puntos, segmentos y superficies límites planas o curvas).

En la ficha P. G. 2001, párrafo 1, indicamos que esta superposición puede efectuarse casi siempre mediante el movimiento de una figura con respecto a otra. Si el movimiento se efectúa dentro del elemento de su misma clase (recta en la recta, figura plana en su plano o cuerpo sólido en el espacio), dichas figuras son *congruentes directamente;* si el movimiento se efectúa en un elemento de clase superior (recta en el plano, o figura plana en el espacio), son *congruentes inversamente*. La congruencia inversa en el espacio de los cuerpos sólidos, que existe, (p. e. la mano derecha y la izquierda) no puede conseguirse mediante un movimiento.

Aplicando estos conceptos generales a los triángulos, para comprobar si dos triángulos dados son iguales, basta con superponer uno al otro para ver si coinciden; esta superposición se consigue prácticamente calcando sobre un papel traslúcido uno de los triángulos y colocando dicho papel con su figura, sobre la otra. Si la superposición y posterior comprobación de igualdad de los triángulos, se hace deslizando el papel traslúcido sobre el plano del dibujo de ambos triángulos, éstos son *congruentes directamente;* si por el contrario ha de darse vuelta al papel para lograr la coincidencia, entonces los triángulos son *congruentes inversamente*.

Otra forma de comprobación de la igualdad de los triángulos consiste en comparar sucesivamente cada uno de los tres lados y ángulos de uno de ellos con los del otro, así como su orientación (ver ficha P. G. 2201, párrafo 3). Si se verifica la igualdad de sus seis elementos y las orientaciones de ambos son las mismas, los triángulos son *congruentes directamente;* si las orientaciones son distintas, son *congruentes inversamente*.

2. Criterios de igualdad de triángulos

No es necesario, según se demuestra en la Geometría racional, establecer la comparación de igualdad entre los seis elementos de un triángulo (tres lados y tres ángulos) si se quiere tener la certeza de que dichos triángulos sean iguales. Es suficiente con comprobar sólo la de tres de ellos entre los cuales exista al menos un lado *, para tener la seguridad de que ambos son iguales. La comprobación de la igualdad de dos triángulos por sólo tres de sus elementos (uno al menos, lado), demuestra la igualdad de los tres elementos restantes.

* Dos triángulos que tengan sus tres ángulos iguales no son en general iguales (son semejantes).

2.1 De acuerdo con estos conceptos y combinando de tres en tres los elementos de un triángulo entre los cuales exista al menos un lado, estableceremos los siguientes criterios de igualdad:

Dos triángulos son *iguales*

1.º Si tienen iguales sus tres lados.

2.º Si tienen iguales dos lados y el ángulo comprendido.

3.º Si tienen iguales un lado y sus dos ángulos adyacentes.

4.º Si tienen iguales dos lados y el ángulo *opuesto al lado mayor.*

Estos criterios de igualdad son el fundamento de las construcciones geométricas efectuadas en la resolución de los cuatro problemas clásicos sobre construcción de triángulos, planteados y resueltos en las fichas P. G. 2221, P. G. 2222, P. G. 2223 y P. G. 2224.

En el cuarto criterio de igualdad hemos establecido la restricción de ser el ángulo dado *opuesto al lado mayor.* La omisión de esta restricción puede dar lugar a dudas, ya que pueden existir triángulos que tengan iguales dos lados y el ángulo *opuesto al menor* de dichos lados, y *no ser iguales.* En la ficha P. G. 2224 se plantea la construcción de un triángulo en estas condiciones; en la discusión de sus soluciones, estudiadas en el párrafo 4, vemos la posibilidad de que tenga dos soluciones, una o ninguna, según sean los datos.

3. Semejanza de triángulos

Al estudiar en la ficha 2011, hoja 2, párrafo 4, la proporcionalidad de segmentos, vimos que a consecuencia de las propiedades generales de la proyección paralela (párrafo 4.1), aplicadas al caso particular de un triángulo, se deduce la importante propiedad de que *toda paralela a los lados de un triángulo que corte a los otros dos, determina sobre éstos segmentos proporcionales.* En la figura 1 hemos trazado la paralela **DE** al lado **AB** del triángulo **ABC** de forma que corte en **D** y en **E** a los lados **CA** y **CB** respectivamente, pudiendo efectuarse este trazado en el interior del triángulo (figura 1a) o en el exterior (figura 1b). En ambos casos se nos ha formado un nuevo triángulo **DEC** que tiene sus ángulos iguales a los del primitivo **ABC,** y cuyos lados son respectivamente proporcionales.

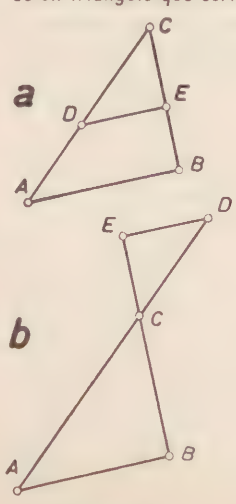


Figura 1

Estas propiedades nos sirven de base para la definición de triángulos semejantes.

3.1 Definición

Se dice que *dos triángulos son semejantes si tienen sus tres ángulos iguales y sus lados opuestos proporcionales.*

Si llamamos **a, b** y **c** a los lados de un triángulo cualquiera de ángulos opuestos **A, B** y **C**

respectivamente (ver ficha P. G. 2201, párrafo 2), y **m, n** y **p** a los lados de otro, de ángulos opuestos **M, N** y **P,** ambos triángulos son semejantes si se cumplen las condiciones siguientes:

$$A = M, \qquad B = N, \qquad C = P \qquad (1)$$

$$\frac{a}{m} = \frac{b}{n} = \frac{c}{p} \qquad (2)$$

De la definición de triángulos semejantes se deduce que *toda paralela a los lados de un triángulo forma con las rectas a que pertenecen las otras dos, un nuevo triángulo semejante al primero.*

4. Criterios de semejanza de triángulos

Para poder afirmar que dos triángulos son semejantes no es necesario comprobar la igualdad de sus tres ángulos y la proporcionalidad de sus tres lados, sino que análogamente a los casos de igualdad (ver párrafo 1), basta con la comprobación de algunos de sus elementos.

Los criterios de semejanza de triángulos, estudiados en la Geometría racional se reducen a tres, y son los siguientes:

Dos triángulos son *semejantes*

1.º Si tienen un ángulo igual, y son proporcionales los lados que lo forman.

2.º Si tienen iguales dos ángulos.

3.º Si tienen proporcionales sus tres lados.

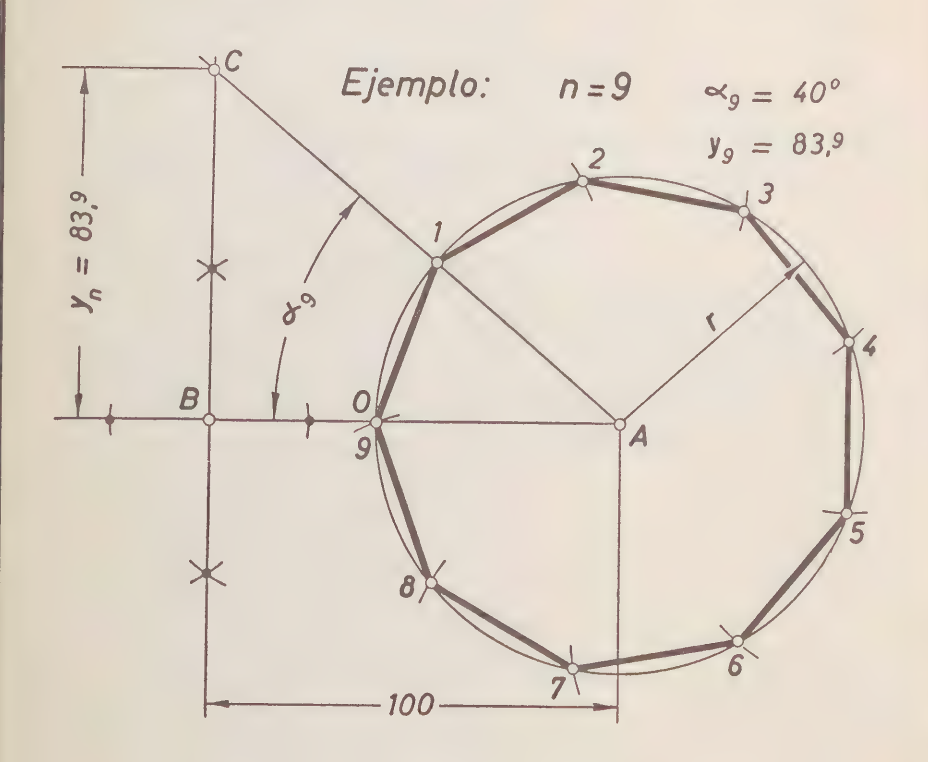
Las definiciones de igualdad y semejanza de triángulos, dadas en los párrafos 1 y 1.3 de esta ficha, son extensibles a otras figuras geométricas.

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

PROBLEMAS GRÁFICOS DEL PLANO

Dividir una circunferencia de radio dado en cualquier número de partes iguales (2.º procedimiento).

ENUNCIADO: *Dividir una circunferencia de radio dado en cualquier número de partes iguales (2.° procedimiento).*



n	α_n	y_n	n	α_n	y_n
5	72° — —	307,8	16	22° 30' —	41,4
7	51° 25' 43''	125,4	17	21° 10' 35''	38,8
8	45° — —	100,0	18	20° — —	36,4
9	40° — —	83,9	19	18° 56' 51''	34,3
10	36° — —	72,7	20	18° — —	32,5
11	32° 43' 38''	64,3	21	17° 8' 34''	30,8
12	30° — —	57,7	22	16° 21' 49''	29,4
13	27° 41' 32''	52,5	23	15° 39' 8''	28,0
14	25° 42' 51''	48,2	24	15° — —	26,8
15	24° — —	44,5	25	14° 24' —	25,7

1. Generalidades

En la ficha P. G. 2402 hemos estudiado la resolución de este problema por un procedimiento exclusivamente gráfico (con regla y compás); esta solución vimos que es tan sólo aproximada para la mayoría de los casos de aplicación, excepto los de división en 3, 4 y 6 partes iguales. Estudiando en dicha ficha los valores del error total calculado, dado en la columna final de la tabla incluída debajo de la figura solución, puede verse que este error aumenta a medida que crece el número de divisiones, por lo que no resulta preciso este procedimiento, cuando el número de partes en que hay que dividir la circunferencia es elevado.

Con el empleo de la regla graduada y escuadra, puede resolverse este problema general con mayor exactitud que con el procedimiento estudiado en la mencionada ficha P. G. 2402, y cuyo trazado damos a continuación.

2. Resolución

Sea **A** el centro de la circunferencia dada de radio **r**, y **n** el número de partes en que queramos dividir aquélla.

2.1 Determinemos el valor del ángulo central α_n que resulta al dividir la circunferencia (ángulo de 360°) en **n** partes iguales. Expresado en unidades sexagesimales, dicho ángulo valdrá:

$$\alpha_n = \frac{360}{n}$$

2.2 Tracemos un radio cualquiera **AO**, y a partir del centro **A** tomemos sobre él una longitud AB = 100 mm, lo que nos situará el punto **B.**

2.3 Tracemos por **B** una perpendicular a **AB** (con las escuadras, o si se quiere mayor exactitud con el compás (ver ficha P. G. 2130).

2.4 Busquemos el valor en tantos por ciento, de la pendiente correspondiente al ángulo α_n (ver ficha P. G. 2110, hoja 3) y llevemos dicho valor α_n expresado en milímetros, sobre la perpendicular trazada según 2.3, a partir de **B**, lo que nos situará el punto **C.**

2.5 Uniendo **C** con **A**, la recta **CA** cortará la circunferencia dada en el punto **1**; *el arco 01 será la enésima parte de la circunferencia.*

2.6 Tomando con el compás la cuerda de este arco, la llevaremos a partir del punto **1, n-1** veces sobre la circunferencia dada, con lo cual, si el trazado se ha hecho escrupulosamente, obtendremos la coincidencia con el punto de partida **O,** y al mismo tiempo los puntos de división **2, 3, 4... n,** que nos resuelven el problema.

3. Demostración

Como puede observarse, todo el trazado expuesto anteriormente se funda en la posibilidad de construcción del ángulo central correspondiente a la enésima parte de la circunferencia, cuyo ángulo puede ser conocido numéricamente con la mayor exactitud (grados, minutos y segundos sexagesimales). Esta construcción es siempre posible y su solución así como su demostración han sido dadas en el párrafo 3 de la ficha P. G. 2110, hoja 2, con ayuda de la tabla de la misma ficha hoja 3 y basada en los conceptos expuestos en la ficha P. G. 2002, a las que remitimos al lector.

A fin de evitar en los casos más frecuentes que puedan plantearse en los dibujos técnicos, la consulta a la tabla dada en P. G. 2110, hoja 3, damos tabulados bajo la solución del problema, los valores de y_n (pendiente de α_n) desde n = 5 hasta n = 25, exceptuando el valor de n = 6 cuyo trazado directo es inmediato (cuerda **01**, igual al radio **r**).

Cuando **n** sea divisible por $\mathbf{2^p}$, siendo **p** un número natural distinto de cero, bastaría construir el ángulo central correspondiente al valor $\mathbf{n : 2^p}$, y por bisecciones sucesivas de este ángulo (ver ficha P. G. 2114) llegar a la solución deseada. Esto podría hacerse en los casos tabulados de n = 8 (4 x 2), n = 10 (5 x 2), n = 12 (6 x 2), n = 14 (7 x 2), n = 16, (4 x 2^2), n = 18 (9 x 2), n = 20 (5 x 2^2), n = 22 (11 x 2) y n = 24 (6 x 2^2), lo cual daría más exactitud que la solución directa.

4. Aplicaciones

Este problema resuelto de una forma general, tiene diversas e importantes aplicaciones en el dibujo técnico, como por ejemplo en la distribución uniforme de agujeros sobre una brida para empalmes atornillados de tuberías, distribución de dientes en ruedas dentadas, etc.

También tiene aplicación geométrica este trazado al problema de *inscribir un polígono regular o estrellado de cualquier número de lados en una circunferencia*, resuelto en forma general en las fichas P. G. 2360 y P. G. 2361. Igualmente sirve para *circunscribir un polígono regular en una circunferencia*, pues basta con trazar rectas tangentes a ésta por sus puntos de división (ver ficha P. G. 2421).

Finalmente hagamos observar que este trazado es igualmente válido para resolver el problema de *dividir un ángulo β en cualquier número de partes iguales*, pues basta con operar con el valor β : n en lugar de **360° : n.**

En todas estas aplicaciones se consigue por este procedimiento una gran exactitud gráfica en sus resultados, y al mismo tiempo una generalidad que nos permite abarcar y resolver un numeroso grupo de problemas, estudiados independientemente en las exposiciones clásicas de los textos de dibujo geométrico.

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

NORMALIZACIÓN DE PERFILES LAMINADOS DE ACERO

Angular de lados desiguales de perfil normal (PN).

1. Generalidades

Los perfiles cuya sección recta tienen forma ∟ de lados desiguales están normalizados en España en la norma UNE 36532 y abarca la gama de perfiles laminados en nuestro país. Dicha norma discrepa casi en su totalidad de la alemana DIN 1029 del mismo tema, ya que tan sólo existen cuatro perfiles de la UNE 36532 coincidentes con los de la DIN 1029, e incluso en estos cuatro perfiles hay ligeras diferencias en sus radios de rendondeamiento.

Debido a la gran difusión de las normas DIN en nuestro país, hemos creído conveniente dar, con completa independencia, las tablas de los valores de los perfiles UNE y DIN que permitan su comparación directa.

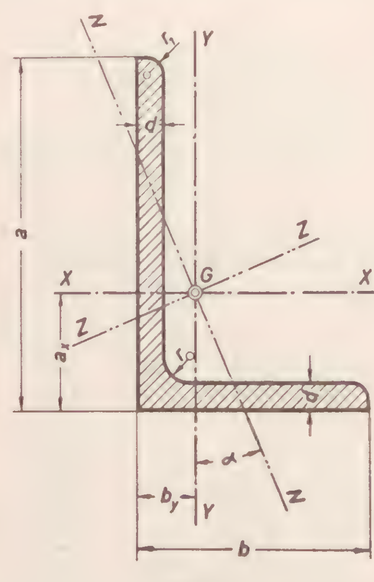


Figura 1

2. Designación

La designación de un perfil angular de lados desiguales, empleada en *escritos comerciales*, es función de la longitud de sus alas y del espesor constante de ambas. Se expresa en la forma que a continuación se indica:

Angular (PN) 60 · 40 · 6 UNE 36532

en que las cifras 60 y 40 son los anchos de sus alas respectivas en milímetros, consignándose primero la mayor, y 6 el espesor común de las dos alas desiguales, también expresado en milímetros.

En los dibujos técnicos se simplifica esta designación suprimiendo el número de la norma que queda sobreentendida, y sustituyendo las palabras «Angular (PN)» por el símbolo ∟. Su designación abreviada es

∟ 60 · 40 · 6

que es la única utilizada en dibujos de construcción de estructuras metálicas.

3. Dimensiones normalizadas para su representación en dibujos técnicos.

El centro de gravedad **G** de este perfil no se encuentra en la bisectriz del ángulo recto formado por sus dos alas, sino a las distancias desiguales a_x y b_y de los contornos exteriores del perfil (fig. 1).

Por dicho centro de gravedad **G** pasan dos sistemas de *ejes de inercia*, siendo dichos ejes en cada sistema, perpendiculares entre sí. El primer sistema **X-X, Y-Y,** tiene sus ejes paralelos a los bordes exteriores del perfil angular y quedan determinados por las cotas a_x y b_y. El segundo sistema **Z-Z, N-N,** tiene sus ejes oblícuos a los mencionados bordes exteriores del

perfil, y quedan determinados por el centro de gravedad **G** de coordenadas **a**$_x$, **b**$_y$, y por el ángulo que forma el eje **N-N** con el **Y-Y**, cuyo valor está expresado en grados y minutos sexagesimales en la norma española; los valores consignados en las tablas de esta ficha son los de **tg** α* ya que es más fácil y exacta la construcción de dicho ángulo por el procedimiento estudiado en la ficha P. G. 2110, hoja 2, párrafo 3.

Las dimensiones normalizadas de este perfil, expresadas en milímetros, son las siguientes:

3.1 **a** Longitud del ala mayor.
3.2 **b** Longitud del ala menor.
3.3 **d** Espesor de ambas alas. Es constante en toda su longitud.
3.4 **r** Radio de redondeamiento interior.
3.5 **r**$_1$ Radio de redondeamiento exterior.
3.6 **a**$_x$ Distancia del centro **G** al contorno exterior del ala menor.
3.7 **b**$_y$ Distancia del centro **G** al contorno exterior del ala mayor.
3.8 **tg** α Valor trigonométrico de la tangente del ángulo α.

En la tabla de dimensiones de la norma UNE 36532, que damos a continuación, están incluídos los perfiles españoles desde 40 25 · 4.5 hasta 150 · 90 · 13.

TABLA DE DIMENSIONES DE LA NORMA UNE 36532

Angular	a	b	d	r	r$_1$	a$_x$	b$_y$	tg α
40 - 25 - 4,5	40	25	4,5	5	2,5	13,9	6,2	0,383
50 - 30 - 5	50	30	5	5	2,5	17,3	7,4	0,352
60 - 40 - 5	60	40	5	5	2,5	19,5	9,7	0,437
60 - 40 - 6			6	5	2,5	20,0	10,1	0,433
80 - 50 - 8	80	50	8	8	4	27,4	12,2	0,391
80 - 50 - 10			10	10	5	27,8	13,0	0,370
90 - 60 - 7	90	60	7	7	3,5	29,6	14,8	0,423
90 - 60 - 9			9	9	4,5	30,2	15,5	0,418
100 - 70 - 8	100	70	8	8	4	32,7	17,6	0,501
100 - 70 - 10			10	10	5	32,8	18,5	0,473
120 - 80 - 10	120	80	10	10	5	39,2	19,5	0,435
120 - 80 - 12			12	12	6	40,0	20,2	0,450
150 - 75 - 10	150	75	10	12	5	53,8	17,1	0,264
150 - 75 - 12			12	12	6	54,2	17,9	0,259
150 - 90 - 11	150	90	11	11	5,5	50,0	21,0	0,361
150 - 90 - 13			13	11	5,5	51,0	22,0	0 351

* Los valores tabulados, multiplicados por 100, nos dan la pendiente del eje **N-N** con respecto al **Y-Y**.

3.92 En la tabla de dimensiones de la norma DIN 1029, que damos a continuación, están incluídos los perfiles alemanes desde └ 30 · 20 · 3 hasta └ 200 · 100 · 16.

TABLA DE DIMENSIONES DE LA NORMA DIN 1029

Angular └	a	b	d	r	r_1	a_x	b_y	tg α
30 - 20 - 3	30	20	3	3,5	2	9,9	5,0	0,431
30 - 20 - 4			4			10,3	5,4	0,423
40 - 20 - 3	40	20	3	3,5	2	14,3	4,4	0,259
40 - 20 - 4			4			14,7	4,8	0,252
45 - 30 - 4	45	30	4	4,5	2	14,8	7,4	0,436
45 - 30 - 5			5			15,2	7,8	0,430
50 - 40 - 3	50	40	3	4	2	14,8	9,9	0,632
50 - 40 - 4			4			15,2	10,3	0,629
50 - 40 - 5			5			15,6	10,7	0,625
60 - 30 - 5	60	30	5	6	3	21,5	6,8	0,256
60 - 30 - 7			7			22,4	7,6	0,248
60 - 40 - 5	60	40	5	6	3	19,6	9,7	0,437
60 - 40 - 6			6			20,0	10,1	0,433
60 - 40 - 7			7			20,4	10,5	0,429
65 - 50 - 5	65	50	5	6,5	3,5	19.9	12,5	0,583
65 - 50 - 7			7			20,7	13,3	0,574
65 - 50 - 9			9			21,5	14,1	0,567
75 - 55 - 5	75	55	5	7	3,5	23,1	13,3	0,530
75 - 55 - 7			7			24,0	14,1	0,525
75 - 55 - 9			9			24,7	14,8	0,518
75 - 65 - 6	75	65	6	8	4	21,9	17,0	0,740
75 - 65 - 8			8			22,8	17,8	0,736
75 - 65 - 10			10			23,5	18,6	0,732
80 - 40 - 6	80	40	6	7	3,5	28,5	8,8	0,259
80 - 40 - 8			8			29,4	9,5	0,253
80 - 65 - 6	80	65	6	8	4	23,9	16,5	0,649
80 - 65 - 8			8			24,7	17,3	0,645
80 - 65 - 10			10			25,5	18,1	0,640
80 - 65 - 12			12			26,3	18,8	0,634
90 - 60 - 6	90	60	6	7	3,5	28,9	14,1	0,442
90 - 60 - 8			8			29,7	14,9	0,437
90 - 60 - 10			10			30,5	15,6	0,431
90 - 75 - 7	90	75	7	8,5	4,5	26,7	19,3	0,683
90 - 75 - 9			9			27,6	20,1	0,679
90 - 75 - 11			11			28,3	20,9	0,675
100 - 50 - 6	100	50	6	9	4,5	34,9	10,4	0,263
100 - 50 - 8			8			35,9	11,3	0,258
100 - 50 - 10			10			36,7	12,0	0,252

(continuación).

TABLA DE DIMENSIONES DE LA NORMA DIN 1029

Angular	a	d	b	r	r_1	a_x	b_y	tg α
100 - 65 - 7	100	65	7	10	5	32,3	15,1	0,419
100 - 65 - 9			9			33,2	15,9	0,415
100 - 65 - 11			11			34,0	16,7	0,410
100 - 75 - 7	100	75	7	10	5	30,6	18,3	0,553
100 - 75 - 9			9			31,5	19,1	0,549
100 - 75 - 11			11			32,3	19,9	0,545
115 - 65 - 8	115	65	8	8	4	39,4	14,6	0,324
115 - 65 - 10			10			40,2	15,4	0,321
120 - 80 - 8	120	80	8	11	5,5	38,3	18,7	0,441
120 - 80 - 10			10			39,2	19,5	0,438
120 - 80 - 12			12			40,0	20,3	0,433
120 - 80 - 14			14			40,8	21,0	0,429
130 - 65 - 8	130	65	8	11	5,5	45,6	13,7	0,263
130 - 65 - 10			10			46,5	14,5	0,259
130 - 65 - 12			12			47,4	15,3	0,255
130 - 75 - 8	130	75	8	10.5	5,5	43,6	16,5	0,339
130 - 75 - 10			10			44,5	17,3	0,336
130 - 75 - 12			12			45,3	18,1	0,332
130 - 90 - 10	130	90	10	12	6	41,5	21,8	0,472
130 - 90 - 12			12			42,4	22,6	0,468
130 - 90 - 14			14			43,2	23,4	0,465
150 - 75 - 9	150	75	9	10,5	5,5	52,8	15,7	0,265
150 - 75 - 11			11			53,7	16,5	0,261
150 - 75 - 13			13			54,5	17,3	0,258
150 - 100 - 10	150	100	10	13	6,5	48,0	23,4	0,442
150 - 100 - 12			12			48,9	24,2	0,439
150 - 100 - 14			14			49,7	25,0	0,435
160 - 80 - 10	160	80	10	13	6,5	56,3	16,9	0,263
160 - 80 - 12			12			57,2	17,7	0,259
160 - 80 - 14			14			58,1	18,5	0,256
200 - 100 - 10	200	100	10	15	7,5	69,3	20,1	0,266
200 - 100 - 12			12			70,3	21,0	0,264
200 - 100 - 14			14			71,2	21,8	0,262
200 - 100 - 16			16			72,0	22,6	0,259

4. Representación a escala

Todo lo expresado en el párrafo 4 de la ficha N. 4224 correspondiente al perfil angular de lados iguales, se aplica íntegramente a este perfil de lados desiguales.

Imp.Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

PROBLEMAS GRÁFICOS DEL PLANO

Lugares geométricos

Ejemplos 18 al 24

Es propiedad del autor Tomás Alvarez Peralto, Catedrático de DIBUJO INDUSTRIAL de la E. I. T. I. de Sevilla.
Enero 1968

1. Generalidades

Continuamos en esta ficha el estudio de los l. g. núms. del 18 al 24, de acuerdo con las directrices marcadas en la ficha P. G. 2802.

2. LUGAR GEOMÉTRICO n.º 18 (PR)

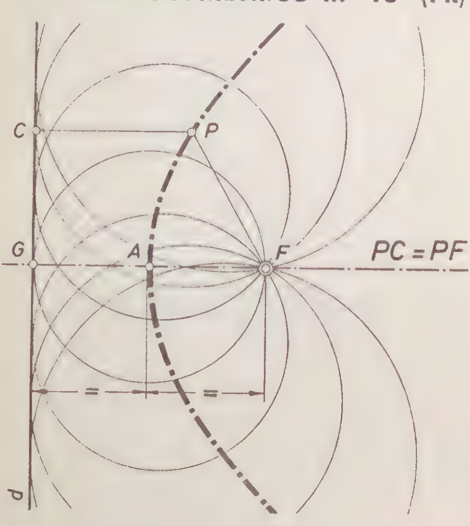


Figura 1

El l. g. de los centros de circunferencias tangentes a una recta d y que pasen por un punto F exterior a ésta
es
una parábola cuya directriz y foco son respectivamente la recta y punto dados.

En virtud de las consideraciones expresadas en el párrafo 1 de la ficha P. G. 2802, este lugar geométrico es equivalente al l. g. núm. 17, por lo que omitimos su demostración.

3. LUGAR GEOMÉTRICO n.º 19

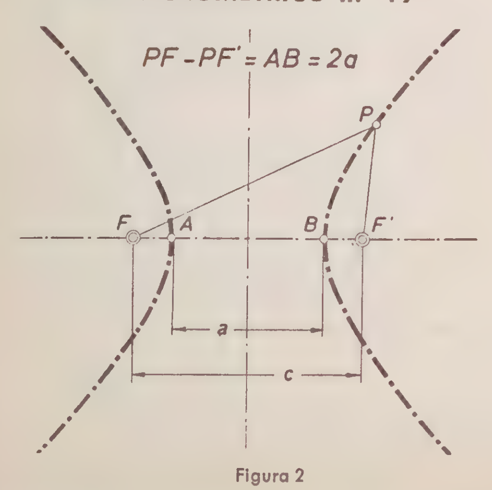


Figura 2

El l. g. de los puntos del plano cuya diferencia de distancias a dos puntos fijos F, F', situados en el mismo, es constante y menor que la distancia entre dichos puntos
es
una hipérbola cuyos focos son los puntos dados y su eje mayor es la diferencia constante conocida.

En el párrafo 3 de la ficha P. G. 2500 hemos deducido y demostrado esta propiedad conocida por el «Teorema de Dandelin en la hipérbola», a la que remitimos al lector.

4. LUGAR GEOMÉTRICO n.º 20 (PC)

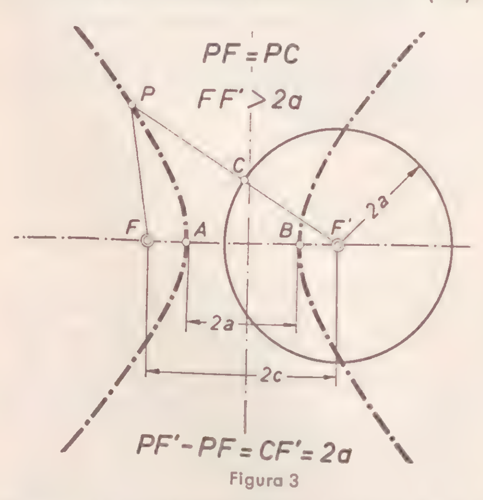


Figura 3

El l. g. de los puntos del plano que equidistan de una circunferencia de centro F' y de un punto exterior F de ésta es una hipérbola cuyos focos son el centro F' de la circunferencia y el punto F dados, y su eje mayor es el radio de dicha circunferencia.

En el párrafo 4.1 de la ficha P. G. 2500, hoja 2, hemos demostrado la propiedad en la hipérbola de ser **PF' — PF = constante,** lo cual sucede en el caso representado en la figura 3.

5. LUGAR GEOMÉTRICO n.º 21 (PC)

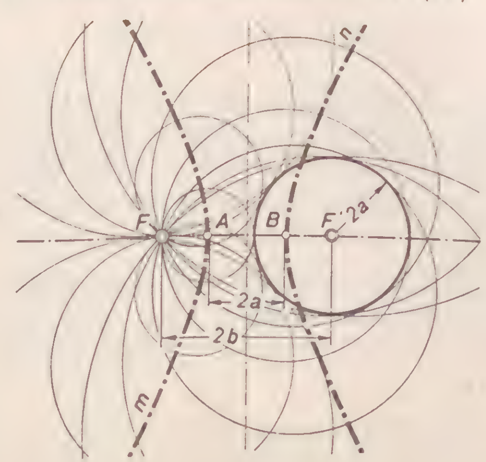


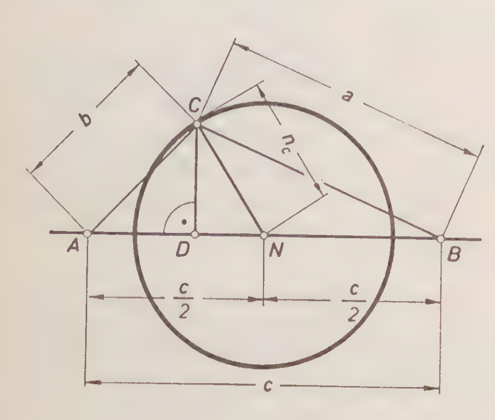
Figura 4

El l. g. de los centros de circunferencias tangentes a una circunferencia dada de centro F' y que pasen por un punto F exterior a ésta es una hipérbola cuyos focos son el centro F' de la circunferencia y el punto F dados, y su eje mayor es el radio de dicha circunferencia.

En virtud de las consideraciones expresadas en el párrafo 1 de la ficha P. G. 2802, este l. g. es equivalente al l. g. n.º 20, por lo que omitimos su demostración.

Los puntos de la rama de hipérbola **m** correspondiente al foco coincidente con el punto dado **F**, son centros de circunferencias *tangentes exteriormente* a la dada **F'**. Los puntos de la rama de hipérbola **n** correspondiente al foco coincidente con el centro de la circunferencia dada **F'** son centros de circunferencias *tangentes interiormente* a la dada.

6. LUGAR GEOMÉTRICO n.º 22



El l. g. de los puntos del plano cuya suma de cuadrados a dos puntos fijos A y B de dicho plano, es constante
es
una circunferencia de centro N en el punto medio de AB.

Figura 5

6.1 Demostración

Esta demostración está basada en la importante propiedad métrica de los triángulos oblicuángulos, demostrada en Geometría racional que dice: *En todo triángulo oblicuángulo, el cuadrado del lado opuesto a un ángulo* { agudo / obtuso } *es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos* { menos / más } *el doble producto de uno de ellos por la proyección del otro sobre él.*

Sean **A** y **B** los puntos dados (fig. 5) y **C** un punto que suponemos pertenece al lugar buscado. Unamos **C** con **A, B** y **N**, siendo **N** el punto medio del segmento **AB**; proyectemos ortogonalmente sobre **AB** el punto **C**, siendo **D** el pie de la perpendicular.

Con estas sencillas construcciones hemos obtenido un triángulo **ABC** de lados **AB** = **c**; **BC** = **a**, **CA** = **b**, y la mediana **CN** = n_c correspondiente al lado **AB** (ver fichas P. G. 2201 y 2203).

PROBLEMAS GRÁFICOS DEL PLANO

Lugares geométricos.-Ejemplos 18 al 24

(continuación)

En el triángulo acutángulo **ANC** * se verificará que

$$b^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 + n_c^2 - 2 \times \frac{c}{2} \times ND \qquad (1)$$

y en el obtusángulo **BNC**

$$a^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 + n_c^2 + 2 \times \frac{c}{2} \times ND \qquad (2)$$

Sumando las igualdades (1) y (2), y simplificando, tendremos

$$a^2 + b^2 = 2\ n_c^2 + \frac{c^2}{2} \qquad (3)$$

pero como por hipótesis, $\mathbf{a^2 + b^2}$ es constante, deberá verificarse pues que $\mathbf{2\ n_c^2 + \frac{c^2}{2}}$ también lo será; como $\mathbf{\frac{c^2}{2}}$ ya lo es por ser **c** la distancia fija entre los puntos dados, se deduce como consecuencia que $\mathbf{2\ n_c^2}$ ha de ser también constante, lo cual exije que lo sea la mediana $\mathbf{n_c}$.

Esto nos indica que si consideramos cualquier otra posición de **C** distinta de la supuesta, y que cumpla con las condiciones del l. g. estudiado, dicho punto **C** estará en la circunferencia de radio **CN** y centro en **N.**

6.2 Discusión

Si llamamos $\mathbf{k^2}$ a la cantidad constante de la suma $\mathbf{a^2 + b^2}$, se verificará según (3) que

$$k^2 = 2\ n_c^2 + \frac{c^2}{2}$$

de cuya fórmula, despejando $\mathbf{n_c}$ obtenemos

$$n_c = \sqrt{\frac{k^2}{2} - \frac{c^2}{4}} \qquad (4)$$

lo que nos indica que para que el l. g. exista, debe ser real el radical del segundo miembro, lo cual obliga a que sea $\mathbf{\frac{k^2}{2}} > \mathbf{\frac{c^2}{4}}$, o lo que es igual $\mathbf{k} > \mathbf{\frac{c}{\sqrt{2}}}$

* Los ángulos **ANC** y **BNC** son suplementarios, por lo que uno de ellos será agudo y el otro obtuso (excepto cuando **CN** sea perpendicular a **AB**); en el razonamiento hemos supuesto agudo el **ANC**, pero la demostración sería válida también si éste fuese obtuso, ya que entonces el **BNC** sería agudo.

Si fuese $\mathbf{k} = \dfrac{c}{\sqrt{2}}$ el l. g. se reduce al punto medio de **AB**.

Si fuese $\mathbf{k} < \dfrac{c}{\sqrt{2}}$ el l. g. no existe.

Finalmente, si la distancia de **C** a **N** o radio n_c fuese $n_c < \dfrac{c}{2}$, el ángulo **ACB** sería siempre obtuso y los puntos dados **A, B** exteriores al l. g. buscado; si fuese $n_c = \dfrac{c}{2}$, el ángulo **ACB** sería recto y los puntos **A** y **B** pertenecerían también al l. g. buscado; por último, si fuese $n_c > \dfrac{c}{2}$, el ángulo **ACB** sería agudo y los puntos **A** y **B** interiores al l. g. buscado.

7. LUGAR GEOMÉTRICO n.º 23

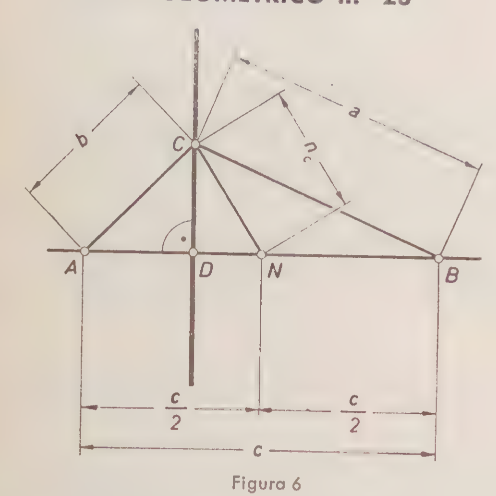


Figura 6

El l. g. de los puntos del plano cuya diferencia de cuadrados a dos puntos fijos A y B de dicho plano, es constante
es
una recta r perpendicular a la de unión de los puntos A y B dados.

7.1 Demostración

Esta demostración presenta gran analogía con la dada en el l. g. número 22 y está basada en la misma propiedad métrica de los triángulos oblicuángulos.

Sean **A** y **B** los puntos dados (fig. 6) y **C** un punto que suponemos pertenece al lugar buscado. Unamos **C** con **A, B** y **N** siendo **N** el punto medio del segmento **AB**; proyectemos ortogonalmente sobre **AB** el punto **C**, siendo **D** el pié de la perpendicular.

Con estas sencillas construcciones hemos obtenido un triángulo **ABC** de lados **AB = c, BC = a, CA = b** y la mediana **CN** = n_c correspondiente al lado **AB** (ver fichas P. G. 2201 y 2203).

En el triángulo acutángulo **ANC***, se verificará que

$$b^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 + nc^2 - 2 \times \frac{c}{2} \times ND \qquad (1)$$

y en el obtusángulo **BNC**

$$a^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 + nc^2 + 2 \times \frac{c}{2} \times ND \qquad (2)$$

restando la igualdad (1) de la (2) y simplificando, tendremos

$$a^2 - b^2 = 2\,c \times ND \qquad (3)$$

pero como por hipótesis, $\mathbf{a^2 - b^2}$ es constante, deberá verificarse pues que **2c × ND** también lo sea; como **2c** ya lo es por ser **c** la distancia fija entre los puntos dados, se deduce como consecuencia que **ND** ha de ser constante. Esto nos indica que cualquiera que sea la posición del punto **C**, su proyección sobre **AB** ha de ser siempre la misma, y como consecuencia dicho punto pertenecerá a la perpendicular trazada por **D** a **AB.**

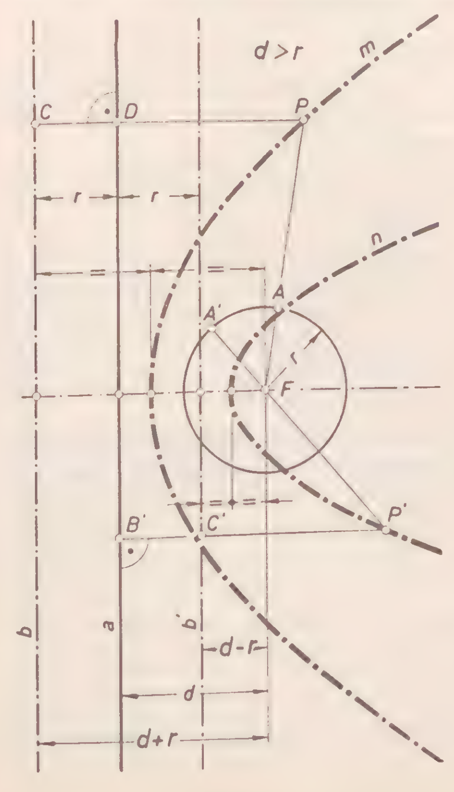


Figura 7

8. LUGAR GEOMÉTRICO n.º 24 (RC)

El l. g. de los puntos del plano que equidistan de una circunferencia Fr de centro F y radio r, y de una recta «exterior» a aquélla, siendo d su distancia a F son dos parábolas {m, n} de foco F y directriz {b, b'} paralela a la recta dada a y distanciada de F la magnitud {d + r, d − r}

---

* Véase nota de la continuación del párrafo 6.1 en esta ficha.

8.1 Demostración

Sean **F** y **r** el centro y radio de la circunferencia dada, y **a** la recta situada a una distancia **d** de **F**. Como hemos supuesto que sea **a** *exterior* a **Fr**, para que esto ocurra deberá ser **d** > **r.**

Supongamos sea **P** un punto del lugar buscado. Esto quiere decir que **P** ha de equidistar de **a** y de **Fr**, lo cual equivale a que si por **P** trazamos por una parte una perpendicular a **a** que la corte en **D**, y por otra parte unimos **P** con el centro **F** hasta cortar a la circunferencia dada **Fr** en **A**, se ha de verificar que

$$PD = PA \qquad (1)$$

Si trazamos ahora una paralela **b** a **a** en el semiplano de ésta que no contenga a **F**, y a una distancia **r** de ella, la perpendicular **DP** cortará a esta paralela en el punto **C**, verificándose que **DC** = **r**. Como a su vez se verifica que **AF** = **r**, tendremos en definitiva que

$$PC = PF \qquad (2)$$

para cualquier posición del punto **P** perteneciente al l. g. buscado, lo cual nos demuestra que este lugar es coincidente con el de los puntos del plano equidistantes de la recta **b** y del centro **F**.

En la ficha P. G. 2805, en su párrafo 6 hemos visto que este l. g. n.° 17 es una parábola **m** de foco **F** y directriz **b**.

Si en lugar de trazar la paralela **b** a la distancia **r** de **a** y en el semiplano de ésta que no contenga a **F**, lo hacemos en el semiplano opuesto, repitiendo el razonamiento anterior para el punto **P'**, llegaremos a las mismas conclusiones que antes, verificándose a vez que **P'B'** = **P'A'** (1') y que **P'C'** = **P'F** (2') para cualquier punto del lugar buscado que es a su vez una parábola **n** del mismo foco **F** y directriz **b'**.

La directriz **b** será siempre *exterior* a **Fr**; la directriz **b'**, por el contrario, puede ser *exterior, tangente o secante* a **Fr** según sea **d** *mayor, igual o menor* que **2r** (ver ficha P. G. 2401).

Imp.Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

Operaciones con segmentos. Proporcionalidad

Construcción de segmentos proporcionales

(continuación)

Observemos que no es indispensable trazar la tangente **BP** a una semicircunferencia de centro en **O** y radio $\frac{1}{2}$ (**a** — **b**) como hemos hecho en el trazado anterior. Como la potencia de un punto con respecto a una circunferencia es constante para cualquier secante (ver ficha P. G. 2401, hoja 2, párrafo 3), el centro **O** puede estar en cualquier punto de la mediatriz a **EG.** Este trazado más general, pero algo más complicado, está efectuado en la figura 9.

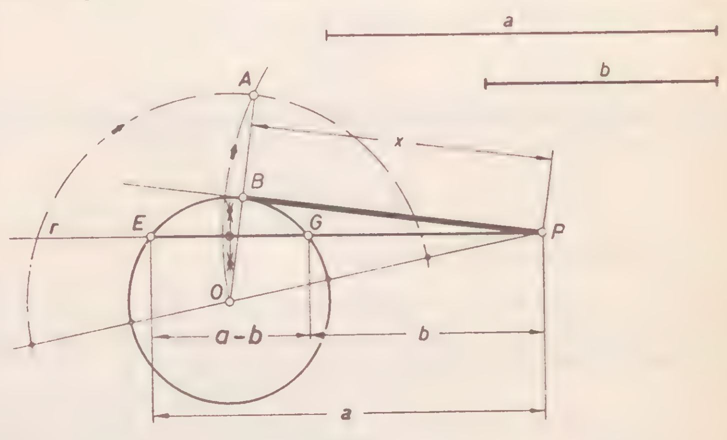


Figura 9

5.32 También puede resolverse este problema aplicando otra propiedad análoga de la potencia de un punto con respecto a una circunferencia, deducida y demostrada en la ficha P. G. 2401, hoja 2, párrafo 4.2 que dice que *si desde un punto interior a una circunferencia trazamos un diámetro y una cuerda que pasando por dicho punto sea perpendicular al diámetro, la semicuerda es media proporcional entre los dos segmentos en que queda dividido dicho diámetro.*

Aplicando esta propiedad obtendremos el siguiente trazado:

Sean **a** y **b** los segmentos dados (fig. 10).

5.321 Tómese sobre una recta **r** cualquiera, dos segmentos consecutivos **DE** y **EF** iguales a los dados **a** y **b.** El segmento **DF** será igual a **a** + **b** (ver ficha P. G. 2010, párrafo 2).

5.322 Con **DF** como diámetro, trácese una semicircunferencia, para lo cual habrá que obtener previamente el centro **O** (ver ficha P. G. 2131).

5.323 Por **E** trácese la recta **PE** perpendicular a la **DF** que cortará en **P** a la semicircunferencia anterior (ver ficha P. G. 2130).

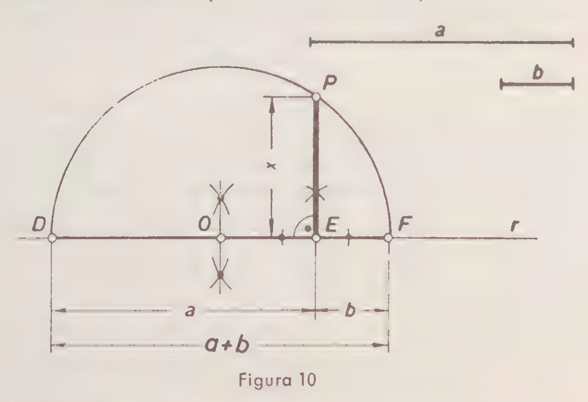


Figura 10

5.324 El segmento **PE** será el segmento **x** buscado, puesto que en virtud de la propiedad enunciada en el párrafo 5.32, se verificará

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$$

que son las condiciones del problema.

5.33 Otro trazado clásico de construcción de un segmento medio proporcional de otros dos dados, está basado en la semejanza de triángulos, cuyo fundamento y demostración exponemos previamente.

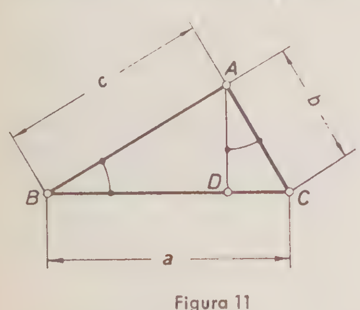


Figura 11

Sea (fig. 11) **ABC** un triángulo rectángulo en **A.** Tracemos por **A** una perpendicular a la hipotenusa **BC** cuyo pié es **D.**

Con este sencillo trazado se nos ha formado otro triángulo **ADC** rectángulo en **D** y con el ángulo **DAC** igual al **ABC** (por tener sus lados perpendiculares y del mismo sentido); por consiguiente **ABC** y **ADC** son semejantes, y se verificará que

$$\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{DC} \qquad (1)$$

lo cual nos indica que en todo triángulo rectángulo, *un cateto es medio proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre ésta.*

Aplicando esta propiedad al problema planteado, tenemos la siguiente construcción:

Sean **a** y **b** los segmentos dados (fig. 12).

5.331 Tómese sobre una recta **r** cualquiera un segmento **EF** igual al mayor de los dados, y réstesele el menor (ver ficha P. G. 2010, párrafo 3); en la figura, **EG** es el segmento diferencia.

5.332 Hállese el punto medio **O** de **EF** (ver ficha P. G. 2131) y con centro en él y radio **EO** trácese una semicircunferencia.

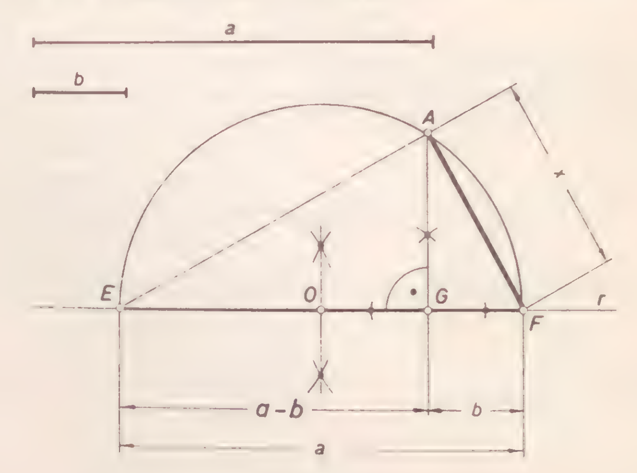


Figura 12

5.333 Por **G,** y perpendicular a **EF,** trácese una recta que cortará en **A** a la semicircunferencia anterior (ver ficha P. G. 2130).

5.334 Únase **A** con **F.** La recta **AF** será el segmento **x** buscado, ya que por las construcciones efectuadas, el triángulo **EAF** es rectángulo en **A,** y aplicándole la propiedad (1) del párrafo 5.33, se obtiene

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$$

que son las condiciones del problema.

5.4 Dividir un segmento en media y extrema razón (división áurea).

Se dice que un punto **C** divide a un segmento dado **AB** en media y extrema razón, cuando siendo desiguales los segmentos **AC** y **CB,** el mayor de ellos **AC** es media proporcional entre todo el segmento **AB** y el menor **CB** (ver ficha P. G. 2011, hoja 2, párrafo 4 4).

Llamando **a** al segmento **AB** y **x** al mayor **AC** en el que el punto **C** divide a **AB,** el segmento restante **CB** valdrá **c − x,** debiendo verificarse que

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{a - x} \qquad (1)$$

El segmento **x**, media proporcional entre los segmentos **a** y **a — x**, se llama *segmento áureo.*

De la igualdad (1) se deduce la ecuación de segundo grado

$$x^2 + ax - a^2 = 0 \qquad (2)$$

que resuelta y considerando la solución positiva* nos da

$$x = \frac{a}{2}\left(\sqrt{5} - 1\right) \qquad (3)$$

Para la obtención gráfica del segmento áureo **x** vamos a considerar un caso particular e interesante de la potencia de un punto con respecto a una circunferencia (ver ficha P. G. 2401, hoja 2, párrafo 3), cuando el diámetro de la circunferencia es igual al segmento de tangente. Supongamos (fig. 13) el segmento **AB** = **a**, y una circunferencia tangente en **B** de radio **a : 2**; su centro **O** estará pues sobre la perpendicular trazada por **B** a **AB** (ver fichas P. G. 2132 y P. G. 2421). Unamos **A** con **O** cuya recta cortará a la anterior circunferencia en los puntos **D** y **E**.

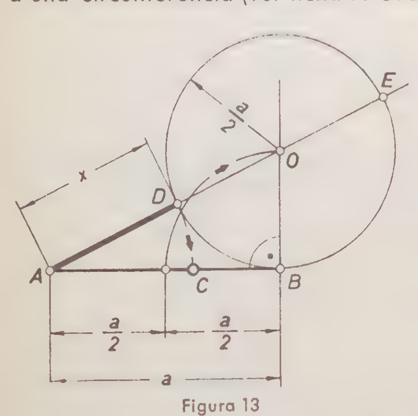


Figura 13

Considerando la potencia del punto **A** con respecto a la circunferencia **O**, podremos escribir que

$$AB^2 = AD \times AE$$

Si hacemos **AB** = **a** y **AD** = **x**, **AE** será igual a **a** + **x**, por lo que la ecuación anterior se escribirá

$$a^2 = x\,(a + x)$$

de la que se deduce que

$$x^2 + ax - a^2 = 0$$

cuya ecuación es idéntica a la deducida en (2).

Esto nos indica que, por la construcción efectuada en la figura 13, el segmento **x** es igual al segmento áureo de **a** buscado, el cual al llevarlo sobre **AB** desde **A** nos servirá para obtener el punto **C** de división.

Este problema tiene especial aplicación en la división gráfica y exacta de la circunferencia en diez partes iguales, basada en la conocida propiedad que se demuestra en Geometría racional de ser el lado del decágono regular inscrito en una circunferencia el **segmento áureo del radio.**

---

* La solución negativa tiene también significado geométrico, cuando los segmentos se consideran orientados.

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Acotación de dibujos técnicos

Es propiedad del autor Tomás Alvarez Peralto. Catedrático de DIBUJO INDUSTRIAL de la E. I. T. I. de Sevilla.
Enero 1968

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Acotación de dibujos técnicos

1. Generalidades

Las normas para la acotación de dibujos técnicos no han sido aún publicadas en España por el Instituto Nacional de Racionalización del Trabajo. Tan sólo la norma UNE 1039, hoja 2, de fecha 12-64 da definiciones y principios de acotación en precisa correspondencia y de acuerdo con lo establecido en la Recomendación ISO/R 129.

La Recomendación ISO/R 129 de carácter internacional (ver ficha N. 4001, párrafo 5), es de fecha 31-12-56, y consta de tres partes que fueron aceptadas por los Comités Miembros de ISO, entre los cuales se encuentra España, y aprobadas provisionalmente a reserva de un cierto número de modificaciones. La primera parte se refiere a **Principios generales;** la segunda a **Ejecución material** y la tercera a **Disposición de cotas.** El Consejo de ISO decidió en fecha 9-59 aceptar estas tres partes y agruparlas para su publicación en una sola bajo el nombre de Recomendación ISO/R 129. La norma española UNE 1039, hoja 2, se corresponde íntegramente con la primera parte de la ISO/R 129 «Principios generales».

Como la mencionada norma UNE 1039, hoja 2, puede considerarse como una introducción para la normalización de acotaciones en los dibujos técnicos, vamos a hacer el estudio de este importante tema tomando como base la alemana DIN 406 en su última edición del 9-55, en la que se estudian con gran amplitud los numerosos casos que en la práctica profesional han de presentarse. Cuando exista alguna discrepancia con lo establecido en la Recomendación ISO/R 129 (la cual posiblemente servirá de base en la normalización española sobre este tema), haremos la oportuna aclaración a este respecto.

2. Clasificación

La norma alemana DIN 406 contiene, además de los fundamentos de la acotación de dibujos técnicos, un conjunto de reglas y ejemplos por las que nos dan a conocer la manera más conveniente de consignar las medidas u otros datos que continuamente se presentan en la práctica profesional, para que no resulten interpretaciones erróneas. Estas reglas y ejemplos facilitan al mismo tiempo la elección de la acotación más conveniente en algunos casos especiales no tratados en dicha norma. En los ejemplos propuestos no se indican signos superficiales de mecanizado o tratamientos que se estudian aparte en la norma DIN 140, hojas 1 a 6 (ver ficha N. 4008).

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

Los temas estudiados se clasifican de la siguiente forma:

1. Generalidades.
2. Líneas de cota; líneas de referencia.
3. Flechas de cota.
4. Cifras de cota.
5. Radios.
6. Signo de diámetro,
7. Signos de cuadrado y cruz diogonal.
8. Esferas.
9. Conicidad, adelgazamiento e inclinación.
10. Chaveteros.
11. Disposición y selección de cortes.
12. Divisiones de agujereado.
13. Divisiones de circunferencias.
14. Acotación de arcos.
15. Signos de igualdad para cuerpos simétricos.
16. Roscas.
17. Acotación de tolerancias y ajustes.
18. Número de orden de la lista de piezas.
19. Construcciones metálicas.

3. Acotación

El estudio de las normas de acotación en los dibujos técnicos lo haremos siguiendo el orden de clasificación dado en el párrafo anterior.

3.01 Generalidades

En todo dibujo técnico se consignan en general las medidas que ha de tener la pieza representada cuando esté completamente acabada.* Para su correcta acotación se emplean líneas de cota (párrafo 3.021), líneas de referencia (párrafo 3.021) y flechas (párrafo 3.03).

Para la consignación de sus medidas sirven de orientación los puntos de vista siguientes: Fabricación, Función y Comprobación de la pieza.

* En caso de piezas fundidas o forjadas se suele dar también las dimensiones de la pieza en bruto (ver ficha N. 4002, hoja 5, párrafo 6.4).

3.011 La norma DIN 406 no hace aclaración alguna de los criterios a seguir para tener en cuenta, en la acotación, los anteriores puntos de vista. En este sentido es más explícita la Recomendación ISO/R 129 (así como su análoga UNE 1039, hoja 2), y dada su importancia, según nuestro criterio, reproducimos seguidamente las definiciones y principios establecidos en la primera parte «Principios generales» de la citada norma ISO/R 129.

En los «Principios generales» se fijan previamente las siguientes definiciones:

3.0111 Dibujo de producto acabado. Es un dibujo que define completamente el producto (pieza, objeto, mecanismo, etc.) en su estado de utilización, y en el que se expresan las condiciones exigidas en la función que ha de cumplir. El producto puede ser bien una pieza preparada para su montaje o puesta en servicio, o bien una pieza que haya de ser transformada posteriormente (p. e. un producto de fundición o de forja).

3.0112 Elemento. Es una parte característica de una pieza tal como una superficie cilíndrica, nervadura, roscado, ranura, superficie plana, contorno, etc.

3.0113 Elemento funcional. Es un elemento que desempeña un papel esencial en el funcionamiento o en las posibilidades de empleo de la pieza a que pertenece. Dicho elemento puede ser, bien un *elemento de posición* tal como la superficie exterior de un pivote o saliente que sirva para fijar la posición de una pieza en su conjunto, o bien una *superficie activa* tal como la que presenta la cara interior alisada de un cojinete.

3.0114 Cota funcional. Es aquella que posee un valor esencial en la función atribuida al producto (fig. 1).

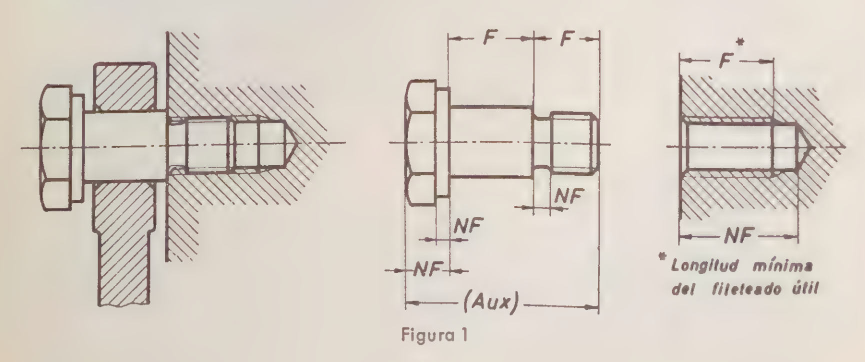


Figura 1

F = Cota funcional.
NF = Cota no funcional.
Aux = Cota auxiliar dada sin tolerancias; solamente para información.

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Acotación de dibujos técnicos

(continuación)

3.012 Principios

En la acotación de los dibujos técnicos se tendrán en cuenta los principios siguientes:

3.0121 Todas las cotas, tolerancias, etc., necesarias para que el elemento resulte adecuado a su empleo, deberán consignarse directamente en el dibujo. Asímismo, se hará constar cualquier otra información que sea necesaria para definir completamente el elemento en su estado de acabado, sin olvidar las condiciones de fabricación y verificación.

Debe evitarse el inscribir una cota en el dibujo más de una sola vez, a menos que por considerarlo conveniente, se repita para mayor claridad de interpretación.

Una cota funcional no debe deducirse de otras cotas, ni obtenerse su valor por medio de la escala del dibujo; su consignación debe ser directa.

Las cotas se colocarán en las vistas que representen más claramente los elementos correspondientes.

Todas las cotas de un dibujo se expresarán en la misma unidad (en milímetros en los dibujos industriales). Si excepcionalmente no fuese posible hacerlo así, se pondrá la unidad a continuación de la cota correspondiente.

3.0122 No deben consignarse más cotas que las necesarias y suficientes para definir el producto acabado; en particular no debe fijarse la posición de un elemento por más de una cota con tolerancias en cada dirección.

Pueden admitirse excepciones en las circunstancias siguientes:

a) En casos particulares en que sea necesario dar cotas que se refieran a estados intermedios de fabricación, como p. e. para las dimensiones de un elemento antes del proceso de cementación y acabado final.

b) Cuando se consignen cotas auxiliares que si bien no sean indispensables para la definición completa del producto terminado, puedan dar indicaciones útiles que eviten cualquier cálculo en la fabricación de la pieza o en la lectura del plano. Estas cotas auxiliares no deben llevar tolerancias, pero si el conjunto sí las tiene, se expresarán aquéllas entre paréntesis (fig. 1) para poner en evidencia que no están sometidas a ninguna condición de tolerancias ni son necesarias para la verificación.

3.0123 Si dos cotas consecutivas son funcionales, se consignarán éstas en el dibujo con sus tolerancias respectivas,* y sin hacer depender unas de otras (fig. 2), para asegurarse las condiciones de funcionamiento.

* Los conceptos de ajustes y tolerancias se estudian con amplitud en la ficha N. 4020.

Si la acotación se hiciese como en la figura 3, con las mismas tolerancias para la cota 40 que para la cota 15, las condiciones finales exigidas en la figura 2, no se cumplen en la figura 3.



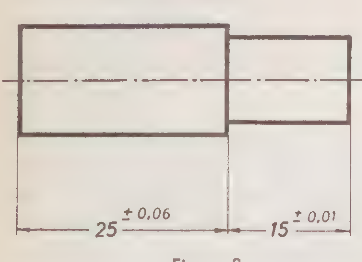


Figura 2



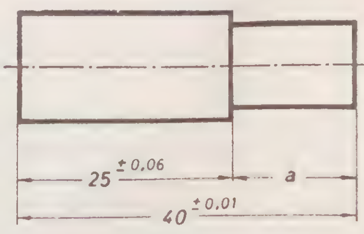


Figura 3

En efecto, la máxima longitud tolerada de **a** en la figura 3, sería de $(40 + 0{,}01) - (25 - 0{,}06) = 15 + 0{,}07$ y la mínima tolerada sería de $(40 - 0{,}01) - (25 + 0{,}06) = 15 - 0{,}07$; por consiguiente la cota **a** sería de $15 \pm 0{,}07$, de menor precisión que la exigida en la fig. 2 que es de $15 \pm 0{,}01$.

Para conseguir con la acotación de la figura 3, la misma precisión que la exigida en la figura 2, habría que fijar menores tolerancias en las dos cotas funcionales, como puede verse claramente en la figura 4.

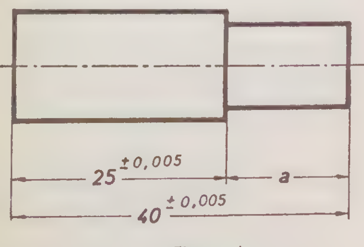


Figura 4

De ella podemos deducir las tolerancias de la cota **a** que serían las siguientes:

Máxima longitud tolerada, igual a $(40 + 0{,}005) - (25 - 0{,}005) = 15 + 0{,}01$;

y mínima longitud tolerada, igual a $(40 - 0{,}005) - (25 + 0.005) = 15 - 0{,}01$, que son las fijadas para dicha cota en la figura 2.

Esto nos demuestra que la acotación de la figura 3 es incorrecta, ya que para conseguir las condiciones exigidas a las cotas funcionales en la figura 2, obligaría a fijar tolerancias menores, con el consiguiente aumento innecesario del costo de fabricación.

Lo dicho anteriormente no excluye la acotación de taladros entre ejes, aún en el caso de que la cota funcional sea la de borde a borde.

3.0124 Se consignarán las cotas no funcionales de manera tal que puedan hacerse lo más cómodamente posible las operaciones de fabricación o verificación.

3.0125 Deberán indicarse tolerancias en cuantas cotas afecten al funcionamiento o intercambiabilidad de piezas, a menos que la práctica de taller

establecida, garantice el grado de precisión requerido. En este caso se consignarán las tolerancias tan sólo cuando éstas sean menores que las establecidas en el taller.

Cuando sea necesario imponer a una cota resultante de otras, condiciones de tolerancia inferiores a la suma algebraica de las fijadas para las cotas componentes, se hará constar por medio de una nota que llame ostensiblemente la atención sobre esta condición suplementaria.

3.0126 Se utilizarán siempre que sea posible, dimensiones y nomenclaturas normalizadas como por ejemplo para agujeros taladrados o alisados, tipos de roscas, fileteados, etc., así como para piezas en las que puedan emplearse semiproductos normalizados, tales como barras calibradas obtenidas por extrusión, etc., con sus dimensiones y estados de superficie originales.

3.0127 No se especificarán los sistemas de fabricación o los métodos de verificación, salvo que sean indispensables para asegurar el buen funcionamiento o la intercambiabilidad. Esto no es aplicable a los dibujos de fabricación y no excluye la posibilidad de indicar los diámetros de las brocas.

En los párrafos 3.011 y 3.012, con sus subdivisiones correspondientes, han sido detalladas las definiciones y principios generales de acotación recomendados por la norma ISO R 129. En los siguientes párrafos continuaremos la exposición de este importante tema ajustándonos a la norma alemana DIN 406, de acuerdo con la clasificación hecha en el párrafo 2 de esta ficha.

3.02 Líneas de cota; líneas de referencia

3.021 Para acotar una dimensión determinada de una pieza, se precisa al menos una línea auxiliar llamada *línea de cota* y una *cifra* que nos indique la magnitud de su medida con una unidad adecuada; a veces es necesario utilizar las llamadas *líneas de referencia*, denominadas también líneas de cota auxiliares.*

Generalmente en los dibujos técnicos industriales, la unidad de medida es el milímetro; en los de arquitectura se utiliza preferentemente el centímetro y el metro con dos decimales y a veces con tres. En los de procedencia anglosajona se utilizan la pulgada (1" = 25,4 mm) y el pié (1' = 12"),

* Ver definiciones de líneas de cota y referencia en la ficha N. 4002, hoja 2, párrafos 3.1 y 3.2.

asi como fracciones progresivas de pulgada debidamente simplificadas, desde 1/64" hasta 64/64" = 1".

3.022 Las líneas de cota se dibujan de línea fina llena (ver ficha N. 4002, hoja 2, párrafo 3.1), debiendo emplearse las más finas del grupo elegido para la representación de la pieza (ver fichas N. 4002, párrafo 2.2 y N. 4002, hoja 2, párrafo 1). Las líneas de cota pueden disponerse perpendicularmente a dos aristas visibles y paralelas cuya distancia queramos acotar (fig. 5, cotas **a** y **b**); también pueden disponerse paralelamente a la dimensión que se acote (fig. 5, cotas **c** y **d**), bien entre dos líneas de referencia (cota **c**) o entre una arista visible y una sola línea de referencia (cota **d**). De estas dos formas de acotación es preferente la primera, entre aristas visibles, empleándose la segunda (con líneas de referencia) cuando con ello se consiga mayor claridad en el dibujo. Nunca se acotará entre dos aristas o contornos no visibles.

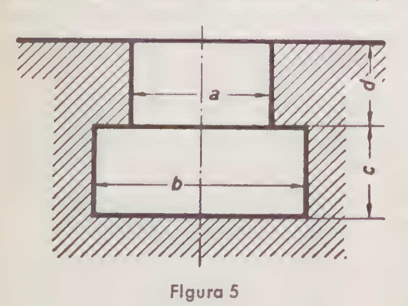


Figura 5

3.023 Los ejes y aristas visibles o no, nunca se emplearán como líneas de cota. Las líneas de cota han de estar separadas por lo menos 8 mm de las aristas del cuerpo. Las líneas de cota paralelas han de tener entre sí un espacio suficientemente grande y separadas uniformemente, en lo posible por los menos 5 mm (fig. 6).

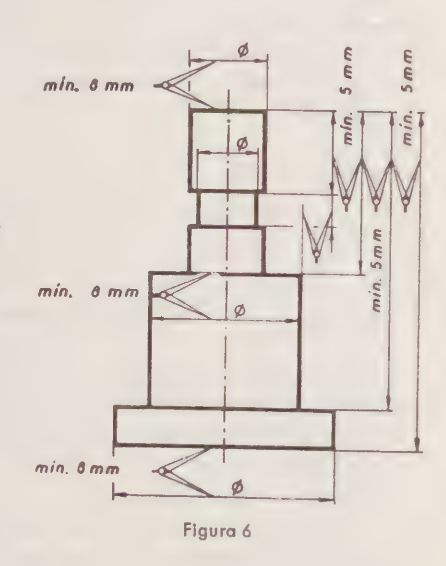


Figura 6

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

Es propiedad del autor Tomás Alvarez Peralto, Catedrático de DIBUJO INDUSTRIAL de la E. I. T I de Sevilla. | Enero 1968

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Acotación de dibujos técnicos

(continuación)

Cuando se haya de acotar la longitud de un arco de circunferencia, la línea de cota es también un arco concéntrico con el anterior, y las líneas de referencia, rectas paralelas al eje de simetría de dicho arco (fig. 7a).

Si se necesita acotar la amplitud de un ángulo, también la línea de cota es un arco con centro en el vértice del ángulo, pero las líneas de referencia son los lados o las prolongaciones de los de dicho ángulo (fig. 7b).

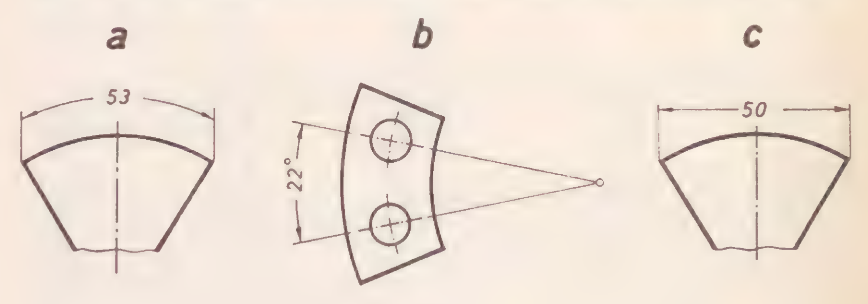


Figura 7

Finalmente, cuando haya de acotarse la longitud de la cuerda de un arco, se hará con una cota rectilínea paralela a dicha cuerda (fig. 7c).

3.024 Las líneas de cota se interrumpirán en su centro aproximadamente, siempre que ello sea posible (fig. 8), dejando un espacio para colocar la cifra que indica la medida de dicha cota (cotas 50, 85, 122). Este espacio o hueco para cifras de cotas no deberá ser atravesado por ninguna línea de cualquier clase que sea. En caso de falta de espacio se pueden interrumpir las líneas de ejes (cota 50); si hay sitio suficiente se desplazará la cifra de cota a la derecha o izquierda del eje (cotas 100, 140), alternativamente.

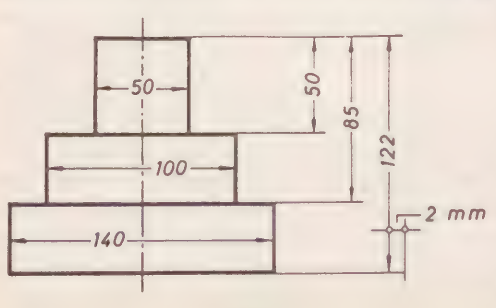


Figura 8

Las medidas que no se puedan anotar entre las aristas del cuerpo sin perjuicio de la claridad, se

sacarán fuera del contorno del dibujo, mediante líneas de referencia (cotas 50, 85, 122). Estas líneas de referencia tienen igual espesor que las de cota, y comienzan directamente en las aristas o contornos del cuerpo; por regla general son siempre perpendiculares a las líneas de cota y sobresalen de éstas unos dos milímetros aproximadamente.

Las líneas de referencia no deben tener intersecciones con otras líneas y en lo posible tampoco entre sí.

Si el espacio para la consignación de las cifras de cota es demasiado reducido, se pueden trazar las líneas de cota continuas (fig. 9a) y co-

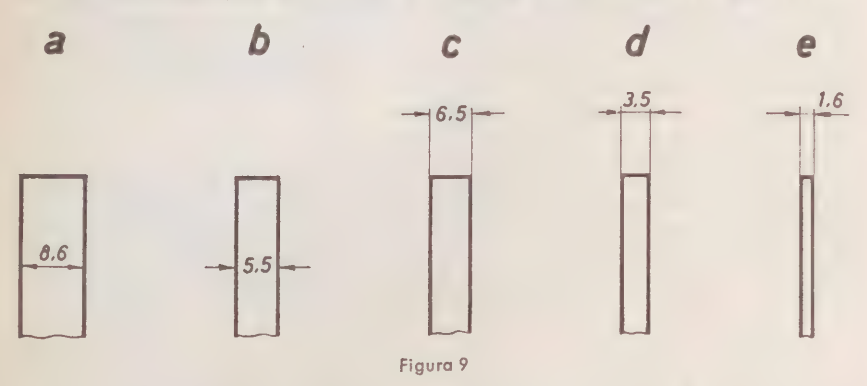


Figura 9

locar la cifra encima de la línea de cota; también pueden colocarse las flechas invertidas (fig. 9b) si no hay espacio para ellas, con la cifra intercalada. Otra solución posible es la de sacarla fuera del contorno, mediante líneas de referencia, con la cifra intercalada y las flechas invertidas (fig. 9c) o también, si el sitio es demasiado reducido, con cifras encima de la cota (fig. 9d) o al lado (fig. 9e).

Destaquemos con respecto a la expuesto en este párrafo, que la norma alemana DIN 406 da preferencia a la acotación con cifras intercaladas en la línea de cota, y sólo en casos excepcionales admite la colocación de las cifras encima de ellas.

Un criterio completamente opuesto existe en la mencionada Recomendación ISO/R 129 en la que como norma general aconseja colocar las cifras *encima de las líneas de cotas*, ligeramente desplazadas de ella, aun cuando admite en ciertos casos (que no detalla) interrumpir las líneas de cota para la consignación de las cifras respectivas. Es indudable que esta forma de acotar requiere menos tiempo de ejecución y permite correcciones con más facilidad; pero por atra parte puede resultar confusa cuando existan varias cotas paralelas y por falta de espacio estén cercas unas de otras, pudiendo dar lugar a errores de interpretación.

La objeción que comunmente se hace a la acotación según DIN 406 de cifra intercalada, es la de necesitar algún tiempo y atención para prever el espacio necesario para las cifras (que pueden ser variadas en cuanto al número de ellas) y que puede evitarse en parte dejando sistemáticamente un espacio suficientemente amplio para que siempre quepa la cifra mayor; esta solución no resulta agradable a la vista.

A nuestro juicio, es posible conseguir rapidez y aspecto agradable en la acotación DIN 406 (que sin duda alguna es más clara y evita errores), siguiendo un orden racional en el entintado del dibujo*, comenzando por las cifras y entintando después las líneas de cota, con lo cual el espacio necesario queda ya fijado de antemano al consignar las cifras de cota y basta tan sólo levantar el tiralíneas en el sitio preciso sin preocupación de ningún género.

Como en España aún no se ha decidido a este respecto el camino a seguir, dejamos a la iniciativa del profesor o del dibujante, la elección del sistema a emplear.

3.025 En piezas curvadas, bien forjadas a dobladas en frío, es conveniente consignar las medidas de la pieza antes del proceso de doblado; para esta acotación se recomienda la representación según la figura 10, en la que se dibuja de línea de punto y trazo, el contorno adicional de la pieza extendida (ver ficha N. 4002, hoja 5, párrafo 6.8).

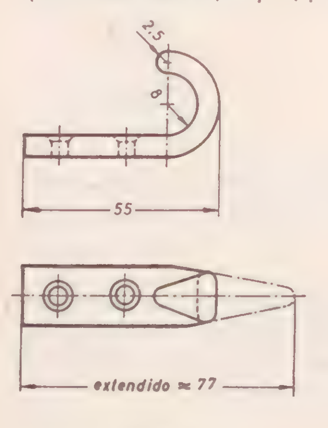


Figura 10

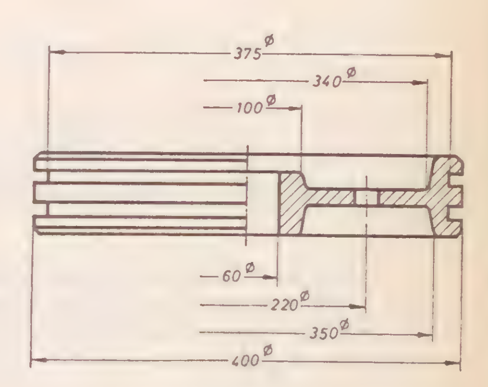


Figura 11

Las piezas simétricas con partes huecas, especialmente en cuerpos

* O en el refuerzo de líneas final, si el dibujo se considera terminado solo a lápiz.

redondos, se suelen representar en su vista principal mitad en corte y mitad en proyección, consiguiéndose con ello una economía de vistas y tiempo de ejecución, sin perjuicio de su claridad. En estos casos, la acotación de diámetros que pueden corresponder indistintamente a exteriores o interiores, se hace según se representa en la figura 11. Obsérvese que las líneas de cota de estos diámetros sólo llevan flechas en uno de sus extremos y no están trazadas totalmente; deben siempre sobrepasar algo el eje de simetría, y las cifras deberán alternarse adecuadamente.

3.026 Para evitar la mala legibilidad de las cifras de cota, debe procurarse que las cotas oblicuas formen un ángulo α con las líneas verticales (o mejor dicho, perpendiculares al borde inferior del dibujo) menor de 30°. En la fi-

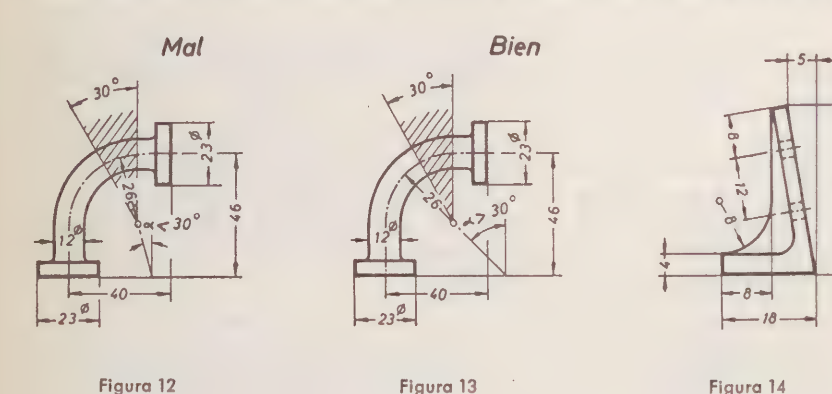


Figura 12 Figura 13 Figura 14

gura 12, la acotación del radio medio del codo representado, es incorrecta ya que puede evitarse colocando dicha cota como se representa en la figura 13.

A veces es imposible conseguir esta forma de acotar, ya que la forma de la pieza representada obliga a que ciertas cotas formen un ángulo menor de 30°, como puede verse en el ejemplo de la figura 14 con las cotas 8 y 12. En este caso es correcta y forzada su acotación.

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

PROBLEMAS GRÁFICOS DEL PLANO

Lugares geométricos
Ejemplos 25 y 26

LUGARES GEOMÉTRICOS

1. Generalidades

Continuamos en esta ficha el estudio de los l. g. números 25 y 26 de acuerdo con las directrices marcadas en la ficha P. G. 2802.

2. LUGAR GEOMÉTRICO n.º 25 (RC)

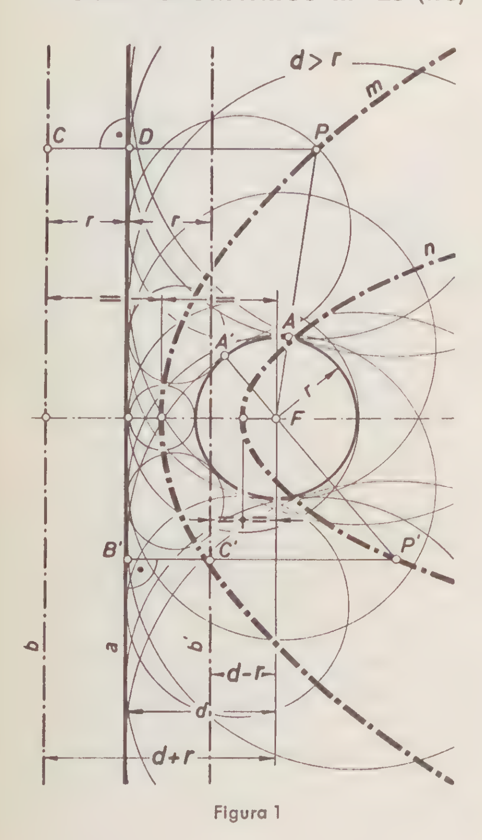


Figura 1

El l. g. de los centros de circunferencias tangentes a una dada Fr y radio r, y tangentes a su vez a una recta "exterior" a aquélla, siendo d su distancia a F

son

dos parábolas {m, n} de foco F y directriz {b, b'} paralela a la recta dada a y distanciadas de F la magnitud {d + r, d − r}.

En virtud de las consideraciones expresadas en el párrafo 1 de la ficha P. G. 2802, este l. g. es equivalente al l. g. n.º 24, por lo que omitimos su demostración.

3. LUGAR GEOMÉTRICO n.º 26 (RC)

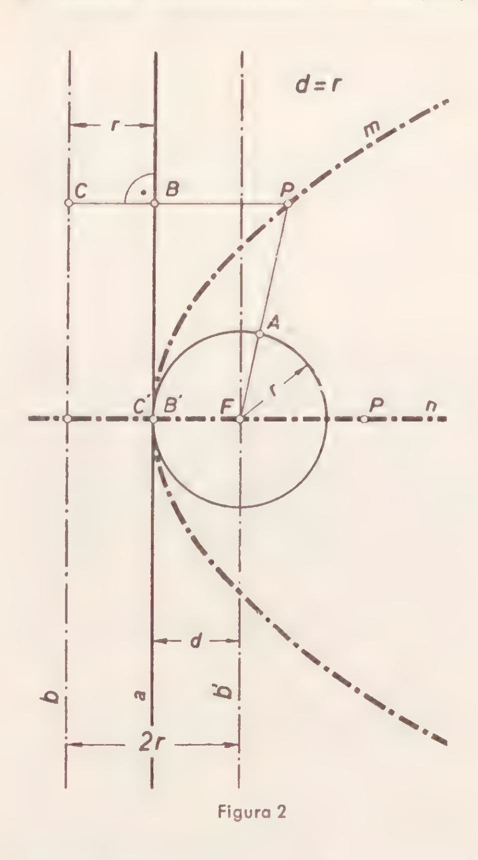


Figura 2

El l. g. de los puntos del plano que equidistan de una circunferencia Fr de centro F y radio r, y de una recta "tangente" a aquélla, siendo d su distancia a F,

son

1) Una parábola m de foco F y directriz b paralela a la recta dada a, y distanciada de F la magnitud 2r; y
2) Una recta n perpendicular a la dada a, que que pasa por F.

3.1 Demostración

1) Sean **F** y **r** el centro y radio de la circunferencia dada, y **a** la recta situada a una distancia **d** de **Fr.** Como hemos supuesto que **a** sea *tangente* a **Fr,** para que esto ocurra deberá ser **d = r** (ver ficha P. G. 2401, párrafo 3).

Supongamos sea **P** un punto del lugar buscado. Esto quiere decir que **P** ha de equidistar de **a** y de **Fr,** lo cual equivale a que si por **P** trazamos por una parte una perpendicular a **a** que la corte en **B,** y por otra unimos **P** con el centro **F** hasta cortar a la circunferencia dada **Fr** en **A,** se ha de verificar que

PB = PA (1)

Si trazamos ahora una paralela **b** a **a** en el semiplano de ésta que no contenga a **F,** y a una distancia **r** de ella, la perpendicular **BP** cortará a esta paralela en el punto **C,** verificándose que **BC = r.** Como a su vez se verifica que **AF = r,** tendremos en definitiva que

$$PC = PF \qquad (2)$$

para cualquier posición del punto **P** perteneciente al l. g. buscado, lo cual nos demuestra que este lugar es coincidente con el de los puntos del plano equidistantes de la recta **b** y del centro **F.**

En la ficha P. G. 2805, en su párrafo 6, hemos visto que este l. g. n.° 17 es una parábola **m** de foco **F** y directriz **b.**

2) Si consideramos ahora la recta **n** perpendicular a **a,** pasando por **F,** cualquier punto de ella equidistará también de la recta dada (punto **B'**) y de la circunferencia (punto **A'**) en el punto de contacto.

Comparando ahora este l. g. con el n.° 24 estudiado en la ficha P. G. 2806, hoja 2, párrafo 8, podremos observar la gran analogía existente entre ambos, viéndose que la recta **n** del l. g. estudiado en esta ficha se corresponde con la parábola **n** del l. g. n.° 24. Obsérvese que la demostración del apartado 1) de esta ficha es exactamente igual al del l. g. n.° 24, del cual se han suprimido los dos párrafos finales.

Si aplicamos al caso estudiado ahora, las palabras suprimidas que dicen literalmente:

> «Si en lugar de trazar la paralela **b** a la distancia **r** de **a**»
> «y en el mismo semiplano de ésta que no contenga a **F,**»
> «lo hacemos en el semiplano opuesto, repitiendo el razona-»
> «miento anterior para el punto **P',** llegaremos a las mismas»
> «construcciones que antes, verificándose a su vez que»
> «**P'B' = P'A'** (1') y que **P'C' = P'F** (2') para cualquier punto»
> «del lugar buscado, que es a su vez una parábola **n** del»
> «mismo foco **F** y directriz **b'.**»

veremos que las condiciones expresadas en él también se cumplan en la demostración del apartado 2) de esta ficha, por lo que la perpendicular **n** puede ser considerada como una *parábola degenerada* cuyo foco está en su directriz, y en cuyo caso la parábola se confunde con su eje.

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

PROBLEMAS GRÁFICOS DEL PLANO

Lugares geométricos
Ejemplos 27 y 28

LUGARES GEOMÉTRICOS

1. Generalidades

Continuamos en esta ficha el estudio de los l. g. números 27 y 28, de acuerdo con las directrices marcadas en la ficha P. G. 2802.

2. LUGAR GEOMÉTRICO n.º 27 (RC)

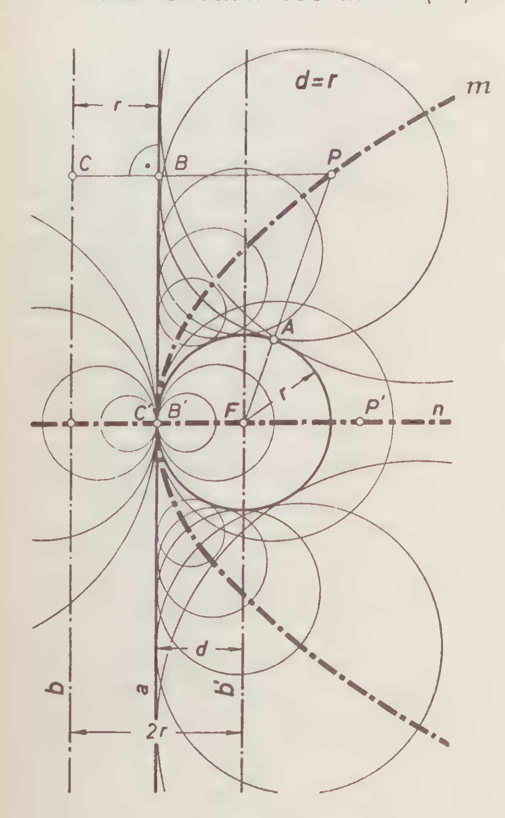


Figura 1

El l. g. de los centros de circunferencias tangentes a una dada Fr de centro F y radio r, y tangentes a su vez a una recta "tangente" a aquélla, siendo d su distancia a F,

son

1) Una parábola m de foco F y directriz b paralela a la recta dada a, y distanciada de F la magnitud 2r; y

2) Una recta n perpendicular a la dada a, que pasa por F.

En virtud de las consideraciones expresadas en el párrafo 1 de la ficha P. G. 2802, este l. g. es equivalente al l. g. n.º 26, por lo que omitimos su demostración.

3. LUGAR GEOMÉTRICO n.° 28 (RC)

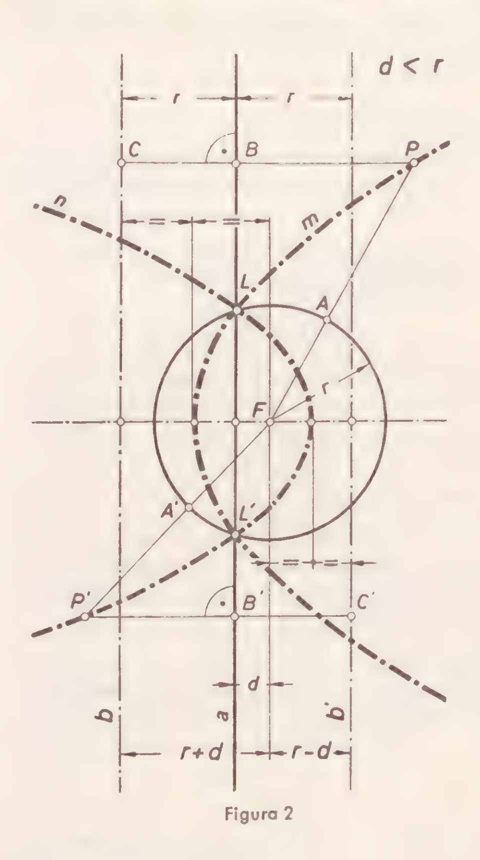


Figura 2

El l. g. de los puntos del plano que equidistan de una circunferencia Fr de centro F y radio r, y de una recta "secante" a aquélla, siendo d su distancia a F,

son

dos parábolas $\left\{\begin{matrix} m \\ n \end{matrix}\right\}$ de foco F y directriz $\left\{\begin{matrix} b \\ b' \end{matrix}\right\}$ paralelas a la recta dada y distanciadas de F la magnitud $\left\{\begin{matrix} d + r \\ d - r \end{matrix}\right\}$.

3.1 Demostración

Sean **F** y **r** el centro y radio de la circunferencia dada, y **a** la recta situada a una distancia **d** de **F**. Como hemos supuesto que sea **a** *secante* a **Fr**, para que esto ocurra deberá ser **d** $<$ **r** (ver ficha 2401, párrafo 3).

Supongamos sea **P** un punto del lugar buscado. Esto quiere decir que **P** ha de equidistar de **a** y de **Fr**, lo cual equivale a que si por **P** trazamos por una parte una perpendicular a **a** que la corte en **B**, y por otra parte unimos **P** con el centro **F** hasta cortar a la circunferencia dada **Fr** en **A**, se ha de verificar que

$$PB = PA \qquad (1)$$

Si trazamos ahora una paralela **b** a **a** en el semiplano de ésta que no contenga a **F**, y a una distancia **r** de ella, la perpendicular **PB** cortará a esta paralela en el punto **C**, verificándose que **BC** = **r**. Como a su vez se verifica que **AF** = **r**, tendremos en definitiva que

$$PC = PF \qquad (2)$$

para cualquier posición del punto **P** perteneciente al l. g. buscado, lo cual nos demuestra que este lugar es coincidente con el de los puntos del plano equidistantes de la recta **b** y del centro **F**.

En la ficha P. G. 2805, en su párrafo 6, hemos visto que este l. g. n.º 17 es una parábola **m** de foco **F** y directriz **b**.

Si en lugar de trazar la paralela **b** a la distancia **r** de **a** y en el semiplano de ésta que no contenga a **F**, lo hacemos en el semiplano opuesto, repitiendo el razonamiento anterior para el punto **P'** llegaremos a las mismas conclusiones que antes, verificándose a su vez que **P'B'** = **P'A'** (1') y que **P'C'** = **P'F** (2') para cualquier punto del lugar buscado que es a su vez una parábola **n** del mismo foco **F** y directriz **b'**.

La directriz **b** será *exterior* a la circunferencia dada, por estar trazada en el semiplano de **a** que no contiene a **F** y la directriz **b'** por el contrario será *secante* a dicha circuntерencia, estando el foco **F** entre **b** y **b'**, ya que por ser $d < r$ deberá verificarse que $r + d < 2r$ y $r - d < r$.

Las dos parábolas **m** y **n** tienen sus concavidades opuestas y se cortan en dos puntos **L** y **L'** que pertenecen a su vez a la recta y circunferencias dadas (puntos de distancia cero a ambas, y por consiguiente perteneciente a los dos l. g.).

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Acotación de dibujos técnicos

(continuación)

3.027 Ya hemos indicado en el párrafo 3.022 de esta ficha (hoja 2) que las líneas de cota pueden situarse paralelas a la arista que se desea acotar, colocándolas fuera del contorno de la pieza mediante líneas de referencia; esto es admisible cuando con ello se consigna mayor claridad de representacion, ya que es preferente la acotación directa entre líneas vistas, sin líneas de referencia. Si hay necesidad de utilizar la acotación paralela, las líneas de referencia deben ser perpendiculares a las de cota, sin que forzosamente hayan de ser prolongación de las aristas adyacentes a la de la arista que se desea acotar.

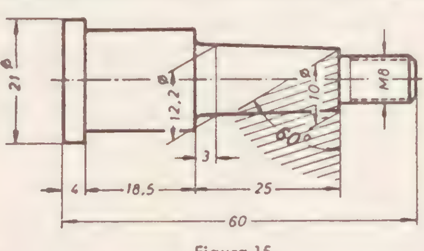


Figura 15

Esta regla general de acotación puede, en casos especiales, dar lugar a una representación confusa como ocurre p. e. en la acotación de piezas cónicas de pequeña conicidad. En estos casos excepcionales las líneas de referencia se trazan formando un ángulo de 60° (ángulo mayor del cartabón; ver ficha G. F. 1018) con las de cota. En la figura 15 tenemos un ejemplo de aplicación en el acotado de los diámetros de las bases del tronco de cono intermedio en la pieza representada.

Otro caso de excepción de la norma general de acotación dada en el párrafo 3.022 de esta ficha (hoja 2), es el que se presenta en la acotación de piezas con contornos curvilíneos no sujetos a ley geométrica definida. Cuando esto sucede, el contorno se define en forma general por sus ordenadas y abcisas, tomando como origen de coordenadas un punto notable de la pieza.

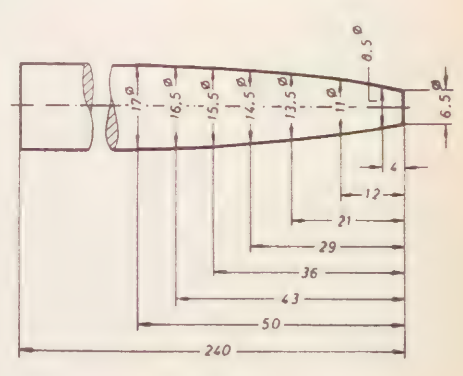


Figura 16

En la figura 16 tenemos un ejemplo de esta acotación simplificada en donde se suprimen las líneas de referencia de los distintos diámetros

acotados, y también excepcionalmente se admite la situación de dichos diámetros colocando líneas de referencia de las abcisas, en prolongación de las cotas de los mismos.

3.028 Los ejes pueden aprovecharse también como líneas de referencia y sacarse fuera de las aristas del cuerpo, prolongando dichos ejes con líneas llenas finas. Tanto los ejes, como las líneas de referencia no deben unir una vista con otra, sino que éstas deben quedar netamente separadas entre sí; de esta forma se evita el que una cota pueda aparecer común a dos o más vistas contiguas (fig. 17).

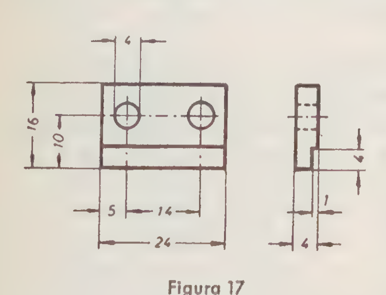


Figura 17

3.029 Cuando se hace un dibujo técnico con vistas a su reproducción tipográfica, se suele emplear en sus contornos, gruesos de líneas de mayores espesores que los aconsejados en la norma (ver ficha N. 4002), en contraste con las líneas de cota y referencia. En estos casos el grueso del trazo debe tenerse en cuenta en la acotación.

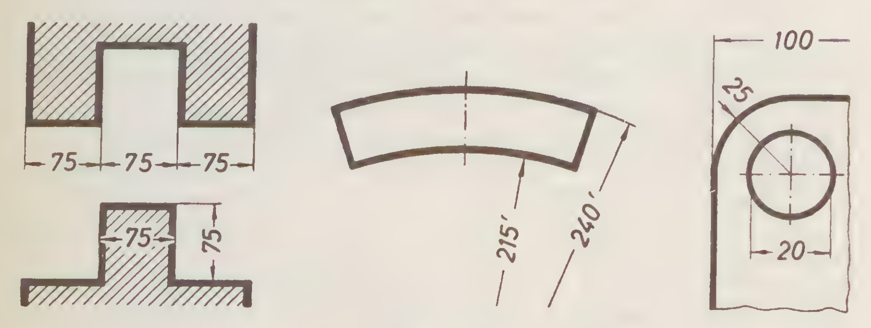


Figura 18

Las líneas de referencia para las medidas exteriores se sacarán desde el *borde exterior* de la línea gruesa, y para medidas interiores (agujeros) desde el *borde interior*. Si se trata de una línea de cota entre aristas del cuerpo de trazo grueso, se hará un hueco en éstas para las flechas de cota. En la figura 18, tenemos varios ejemplos de acotación con líneas vistas especialmente gruesas.

3.03 Flechas de cota

Los extremos de las líneas de cota se indican normalmente con una flecha, llamada *flecha de cota*. Para la consignación de las flechas de cota se seguirán las siguientes indicaciones.

3.031 La longitud de la flecha de cota va relacionada con el espesor de las aristas y contornos visibles adoptado (ver ficha N. 4002, hoja 2, párrafo 1); esta longitud debe ser aproximadamente *cinco veces* el espesor de dichas aristas. Los espesores de los cuatro grupos de líneas normalizados están consignados en la ficha N. 4002, párrafo 2.

En la figura 19a representamos las longitudes de flechas en dichos cuatro grupos normalizados.

Los lados de las flechas de cota forman un ángulo aproximadamente de 15° y el espacio intermedio se rellena con tinta china (fig. 19b).

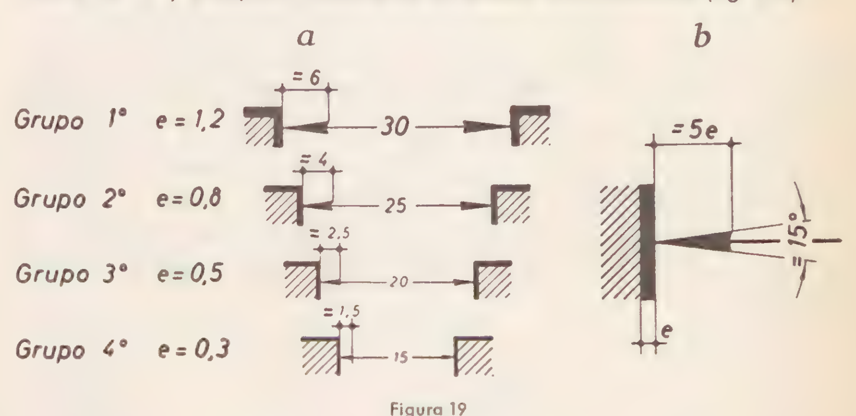


Figura 19

Naturalmente que los valores dados para la longitud y ángulo de las flechas de cota son orientativos y sirven tan sólo para crear el hábito de su estimación, pues las flechas han de entintarse directamente con la plumilla y sus dimensiones han de fijarse a ojo.

3.032 Los dibujos técnicos se terminan generalmente a tinta, ya que la importancia de su conservación y mayor claridad en las reproducciones compensan ampliamente el mayor costo de ejecución. En ciertas clases de trabajos puede ser de importancia dicho costo, principalmente cuando sean numerosos los planos a realizar y de trazados simplificados (cimentaciones de edificios o máquinas sencillas, planos de despiezo en construcciones metálicas, plantas de edificios industriales, etc. En estos casos, y por razones de economía, se dibuja solo a lápiz directamente sobre papel traslúcido (ver ficha G. F. 1011, párrafo 1,22), empleando un lápiz semiduro para el trazado

general, que permita su desarrollo y legibilidad durante la ejecución, con un grueso constante lo más fino posible. Terminado este trazado general se matiza el dibujo con los gruesos de líneas que aproximadamente tendrían al pasarlo a tinta, con un lápiz blando y bien afilado; con este refuerzo de líneas, cifras y flechas, puede darse por terminado el dibujo y obtener reproducciones, que si bien no son tan claras como en los dibujos a tinta, pueden ser de utilidad en numerosas ocasiones. Se recomienda en estos dibujos a lápiz, el pasar directamente a tinta, en su proceso de acabado, las flechas y cifras de cota, que pueden resultar confusas en su reproducción cuando están dibujadas a lápiz.

3.033 Ya hemos dicho en el párrafo 3.024 de esta ficha (hoja 3) que si el espacio para la consignación de las cifras de cota es muy reducido, se colocan éstas entre o sobre las líneas de cota. En estos casos, las flechas se representan invertidas (fig. 9)·

3.034 Por regla general una línea de cota lleva una flecha en cada uno de sus extremos. Existen sin embargo excepciones a esta regla en los casos que detallamos a continuación y en los que la línea de cota sólo lleva flecha en uno de sus extremos:

a) En líneas de cotas para radios de arcos de circunferencias (ver párrafo 3.05 de esta ficha).

b) En líneas de cotas para diámetros en piezas de revolución cuando se representan mitad en corte y mitad en proyección (ver párrafo 3.025, figura 11, hoja 3, de esta ficha).

3.035 Las flechas de cotas pueden ser sustituídas por un trazo oblícuo

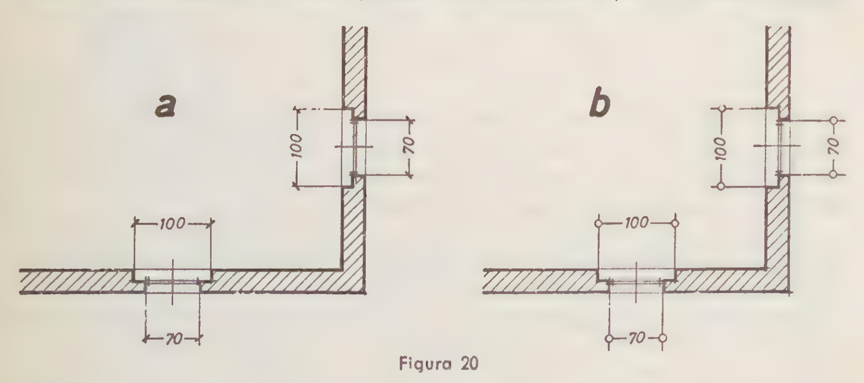


Figura 20

(figura 20a) o por un pequeño círculo* (figura 20b).

---

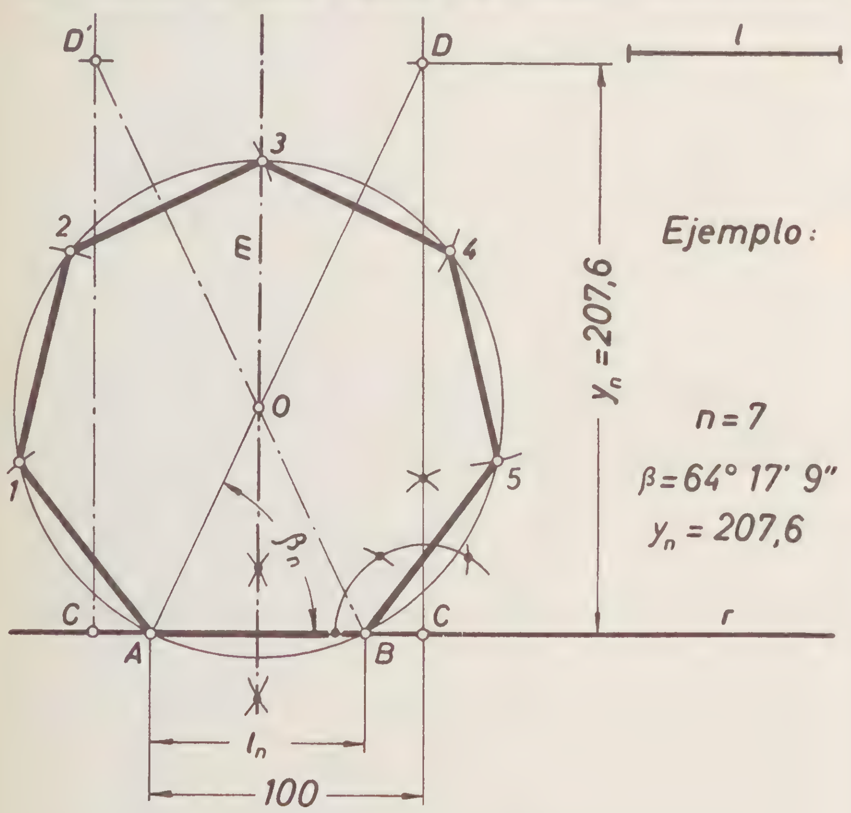
* La sustitución de las flechas de cota por círculos no está indicada en la norma alemana DIN 406. La hemos incluído en este párrafo por ser de uso en España en planos de arquitectura.

PROBLEMAS GRÁFICOS DEL PLANO

Construir un polígono regular de cualquier número de lados, dada longitud de su lado. (2.º procedimiento)

Ficha n.° 122	DIBUJO TÉCNICO Problemas Geométricos	P. G. 2360 **Hoja 2**

ENUNCIADO: *Construir un polígono regular de cualquier número de lados, dada longitud de su lado. (2.° procedimiento).*



n	β_n	Yn	n	β_n	Yn
5	54° — —	137,6	16	78° 45' —	502,7
7	64° 17' 9''	207,6	17	79° 24' 42''	534,9
8	67° 30' —	241,4	18	80° — —	567,1
9	70° — —	274,7	19	80° 31' 34''	599,2
10	72° — —	307,8	20	81° — —	631,4
11	73° 38' 11''	340,6	21	81° 25' 43''	663,5
12	75° — —	373,2	22	81° 49' 5''	695,4
13	76° 9' 14''	405,7	23	82° 10' 26''	727,6
14	77° 8' 35''	438,1	24	82° 30' —	759,6
15	78° — —	470,5	25	82° 48' —	791,6

1. Generalidades

En la ficha P. G. 2360 hemos estudiado la resolución general de este problema por un procedimiento exclusivamente gráfico (con regla y compás); dicha solución, basada en las propiedades de las figuras semejantes, utiliza como trazado principal el de división de la circunferencia en partes iguales, estudiado en la ficha P. G. 2402. Este trazado vimos que da soluciones exactas para la división de la circunferencia en 3×2^n, 4×2^n y 6×2^n partes, siendo **n** un número natural cualquiera igual o mayor que cero. Para los restantes casos, el procedimiento es tan sólo aproximado y el error va creciendo a medida que aumenta el número de divisiones, por lo que resulta poco práctico en numerosos casos de aplicación.

A continuación exponemos otro procedimiento, también de carácter general y de mayor exactitud que el anterior, basado exclusivamente en el empleo de la regla graduada y la escuadra (o el cartabón). En esencia consiste éste en determinar el centro de la circunferencia circunscrita correspondiente al polígono regular cuyo lado es conocido, y trazada dicha circunferencia, llevar sobre ella el lado dado, las veces necesarias hasta cerrar el polígono. Para ello basta con conocer el ángulo β que forma el radio de la circunferencia circunscrita que pasa por un extremo del lado con este mismo lado, y que a su vez es función del ángulo α central correspondiente a dicho lado.

El ángulo central α_n, siendo **n** el número de lados, valdrá en unidades sexagesimales

$$\alpha_n = \frac{360°}{n}$$

y el β_n complementario del semiángulo $\frac{\alpha_n}{2}$, valdrá

$$\beta_n = 90° - \frac{360°}{2n} = 90° - \frac{180°}{n} \qquad (1)$$

2. Resolución

Sea **l** la longitud del lado dado, y **n** el número de ellos.

2.1 Sobre una recta indefinida **r** tomemos un segmento **AB** igual a **l** y tracémosle su mediatriz **m** (ver ficha P. G. 2131).

2.2 Determinemos el ángulo β_n de acuerdo con la fórmula (1), en grados y fracciones sexagesimales.

2.3 Busquemos el valor en tantos por ciento de la pendiente correspondiente al ángulo β_n (ver ficha P. G. 2110, hoja 3).

2.4 Tomemos a partir de **A** y sobre la recta **r** la distancia **AC** igual a 100 mm. y tracemos por **C** la perpendicular **AB** (con las escuadras, o si se quiere mayor exactitud, con el compás. Ver ficha P. G. 2132).

2.5 Tómese sobre esta perpendicular y a partir de **C,** la distancia **CD** igual al valor buscado según 2.3, expresado en milímetros.

2.6 Únase **D** con **A;** la recta **AD** cortará a la mediatriz **m** en el punto **O** que será el centro de la circunferencia circunscrita. Trazada ésta, se llevará el segmento **AB** sobre ella, y a partir de **A, n-1** veces; si la construcción ha sido escrupulosa obtendremos al final la coincidencia con el punto **B,** y al mismo tiempo los vértices **1, 2, 3... n-2** del polígono buscado.

3. Demostración

Como puede observarse, la solución de este problema se funda en la posibilidad de construir un ángulo (β_n) cuya amplitud es conocida (en grados, minutos y segundos sexagesimales). Esta construcción es siempre posible y su solución, así como su demostración han sido dadas en el párrafo 3 de la ficha P. G. 2110, hoja 2, con ayuda de la tabla de la misma ficha, hoja 3, y basada en los conceptos expuestos en la ficha P. G. 2002, a las que remitimos al lector.

4. Observaciones

A fin de evitar en los casos más frecuentes que puedan plantearse en los dibujos técnicos, la consulta a la tabla dada en la ficha P. G. 2110, hoja 3, damos tabulados bajo la solución del problema, los valores de y_n (pendiente de β_n) desde n = 5, hasta n = 25, exceptuando los valores n = 3, = 4, = 6, cuya solución directa es más rápida (ver fichas P. G. 2352, 2353 y2355).

Cuando el número **n** de lados sea grande, la recta **AD** corta a la mediatriz **m** bajo un ángulo pequeño, y la ordenada y_n puede resultar excesivamente grande; en este caso pueden tomarse para los segmentos **AC** y **CD,** valores submúltiplos de ellos (ver párrafo 3 de la ficha P. G. 2110, hoja 2). También puede conseguirse más precisión en la fijación del centro **O,** repitiendo el trazado en el vértice **B;** (puesto que el triángulo **AOB** es isósceles y los ángulos adyacentes a la base **AB,** iguales) y obtener dicho centro como intersección de las rectas **AO** y **BO** que se cortan menos oblícuamente que las **AO** y **m.**

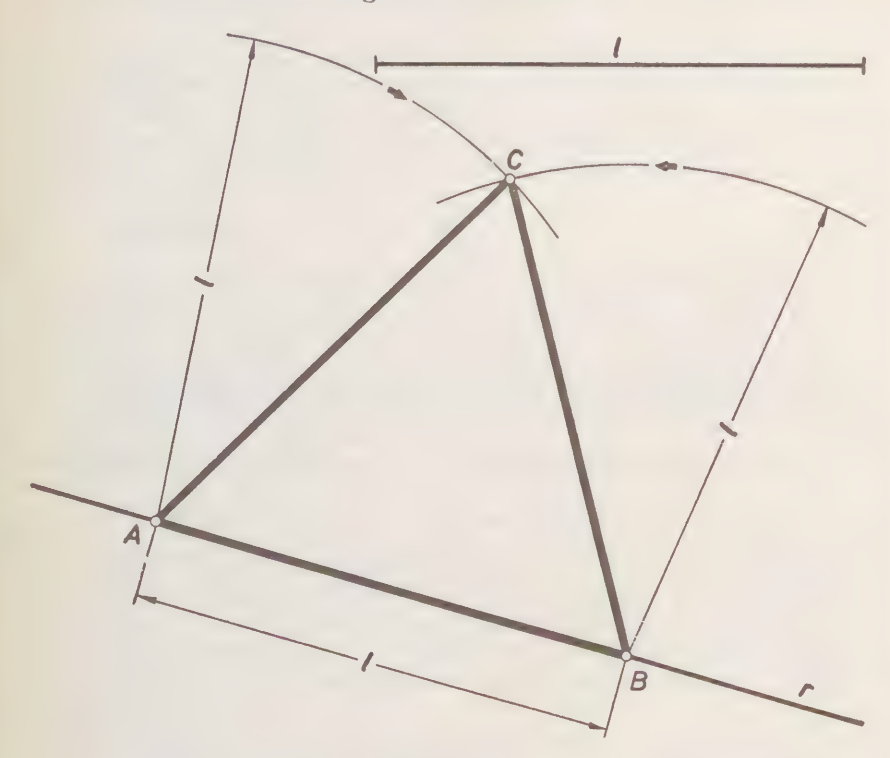
Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

PROBLEMAS GRÁFICOS DEL PLANO

Construir un triángulo equilátero dada la longitud de su lado.

Enero 1968

ENUNCIADO: *Construir un triángulo equilátero dada la longitud de su lado.*



1. Generalidades

En la ficha P. G. 2351 hemos definido y clasificado los polígonos regulares tanto convexos como cóncavos, y establecido sus principales propiedades geométricas de carácter general.

En el dibujo técnico surgen con frecuencia aplicaciones de problemas sobre construcción de polígonos regulares, que a su vez están íntimamente relacionados con los de división de la circunferencia en partes iguales. Estos problemas pueden clasificarse, en forma general, en los dos grupos fundamentales siguientes:

Grupo 1.º Dividir una circunferencia de radio conocido en **n** partes iguales.

Grupo 2.º Construir un polígono regular convexo de **n** lados, siendo **l** la longitud de su lado.

en los que **n** es un número natural mayor que dos.

Geométricamente ambos grupos tienen soluciones exactas tan sólo para valores muy limitados de **n**. Si en los problemas del grupo 1.° existe una solución exacta para un valor particular de **n**, esta solución es válida para todo valor $q = 2^p n$, siendo a su vez **p** un número natural cualquiera, incluso cero ($q = 2^0 n = n$), ya que por bisecciones sucesivas del ángulo central correspondiente a una de sus divisiones podemos alcanzar el valor de **q**. La bisección de un ángulo cualquiera ha sido estudiada y resuelta en la ficha P. G. 2114.

Así pues, la solución general de los problemas planteados en ambos grupos, geométricamente exacta (con regla y compás), no existe. No obstante sí existen soluciones aproximadas que, para los efectos prácticos de aplicación al dibujo técnico, pueden resolver ambos problemas con la máxima precisión exigida en estas aplicaciones. Estas soluciones generales han sido estudiadas en las fichas siguientes:

Grupo 1.°—Fichas P. G. 2402 y P. G. 2402, hoja 2 (en esta última se dan soluciones de mayor precisión y generalidad).

Grupo 2.°—Fichas P. G. 2360 y P. G. 2360, hoja 2 (también en esta última sus soluciones son más precisas).

Conocidas estas soluciones de tipo general, el dibujante técnico puede resolver cuantos problemas de aplicación se le puedan plantear en su vida profesional. Sin embargo estimamos que si existe una solución particular para un valor determinado de **n**, *de solución geométrica exacta y de trazado más simple* que el empleado en las soluciones generales, éstas deben ser conocidas por el dibujante técnico.

Bajo este criterio personal sólo estudiaremos en esta colección de fichas los problemas particulares de directa y sencilla solución, prescindiendo de aquellas soluciones de indudable interés geométrico que suelen incluirse en muchas exposiciones clásicas de dibujo de problemas geométricos, pero que a nuestro juicio, carecen de interés en sus aplicaciones al dibujo técnico.

2. Definiciones

Se llama *triángulo equilátero* al polígono regular de tres lados.

El triángulo equilátero tiene sus tres lados iguales, así como también lo son sus tres ángulos. El valor de cada uno de éstos es de $180° : 3 = 60°$, coincidente con el valor del mayor ángulo del cartabón (ver ficha G. F. 1018, párrafo 1).

3. Resolución

Sea **l** la longitud del lado dado.

3.1 Sobre una recta indefinida **r** tómese un segmento igual al lado dado de extremos **A** y **B**.

3.2 Con centro en **A** y radio **l** trácese un arco.

3.3 Con centro en **B** y con el mismo radio **l**, trácese otro arco en el mismo semiplano que el anterior, que cortará a éste en el punto **C**, tercer vértice del triángulo equilátero pedido.

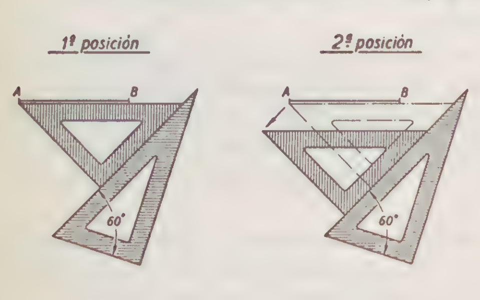
4. Demostración

En virtud de las sencillas construcciones efectuadas, y teniendo presente las propiedades del l. g. n.º 1 estudiadas y demostradas en la ficha P. G. 2802, párrafo 2, el punto **C** equidista de **A** y **B** la misma magnitud **l** y por consiguiente el triángulo **ABC** será equilátero; en este caso especial también será equiángulo y por consiguiente dicho triángulo es regular.

5. Discusión

Si tenemos en cuenta la posición de la figura en el plano, con respecto a la recta base **r**, las construcciones estudiadas pueden realizarse indistintamente en los dos semiplanos de **r**, por lo que el problema planteado tiene *dos soluciones*. Estas dos soluciones son congruentes entre sí directamente (ver ficha P. G. 2001, párrafo 1).

Si consideramos sólo la forma y el concepto de igualdad expresado en la mencionada ficha P. G. 2001, sin tener en cuenta la posición del triángulo en el plano, las dos soluciones anteriores son iguales entre sí, y el triángulo trazado con esta amplitud de conceptos es la única solución del problema. Éste tiene solución para cualquier valor del lado.



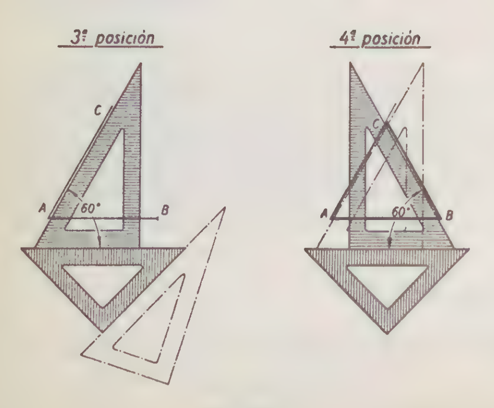


Figura 1

6. Solución práctica

Este problema puede resolverse prácticamente con gran rapidez y exactitud mediante el auxilio de la escuadra y cartabón (este último debidamente comprobado; ver ficha G. F. 1018, párrafo 3).

En la figura 1 explicamos gráficamente dicho trazado que estimamos no necesita mayor aclaración.

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Acotación de dibujos técnicos

(continuación)

(continúa párrafo 3.035 de la hoja 4)

El trazo oblícuo se hará a 45º aproximadamente con la línea de cota y de derecha a izquierda en el sentido de la lectura de la cifra de cota; su longitud es de 2 a 3 mm y su espesor aproximadamente el doble del de la línea de cota. Los círculos deben ser de unos 2 mm de diámetro y del mismo espesor que el de las líneas de cotas.

La acotación con trazos oblícuos se emplea preferentemente en croquis acotados de piezas y también, indistintamente con círculos, en planos de arquitectura. Estas acotaciones son apenas usadas en dibujos técnicos de tipo industrial, en los que sistemáticamente se emplean flechas de cota.

3.036 La Recomendación ISO/R 129 admite, en casos de falta de espacio para las flechas de cota, la sustitución de éstas por puntos ennegrecidos de aproximadamente un milímetro de diámetro.

La figura 21, tomada de dicha norma es un ejemplo de aplicación de esta forma de acotar.

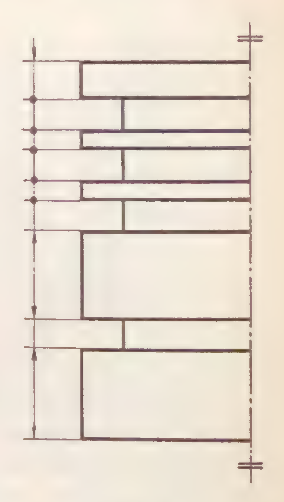


Figura 21

3.04 Cifras de cota

Las cifras de cota, que junto con las líneas de cota y las de referencia completan la consignación de las distintas dimensiones de las piezas representadas en los dibujos técnicos, se escribirán con tinta china incluso en dibujos a lápiz (ver párrafo 3.032 de esta ficha) y preferentemente con letra cursiva para rotulaciones, según normas UNE 1034, hoja 2 o DIN 16 (ver ficha N. 4003).

3.041 Las cifras de cota en dibujos de fabricación o de taller serán todas del mismo tamaño y el máximo compatible con la claridad de representación, no debiendo nunca ser inferiores a 3 mm. No han de ser cruzadas por otras líneas del dibujo (contornos, líneas de referencia, etc.), y pueden ser desplazadas ligeramente de su posición media para evitarlo; cuando por falta de espacio no pudiesen ser desplazadas, se interrumpirán dichas líneas, incluso si fuesen ejes (fig. 16), para que las cifras resulten perfectamente legibles.

3.042 Como criterio general para la colocación de cifras de cota, tanto lineales como angulares, cuya consignación depende de la dirección de las respectivas líneas de cota, debe efectuarse su anotación de forma que, en la posición de empleo del dibujo, *puedan ser leídas desde abajo o desde la derecha.*

A fin de evitar dudas de interpretación, se representan en la fig. 22 los casos posibles oue pueden darse en la práctica.

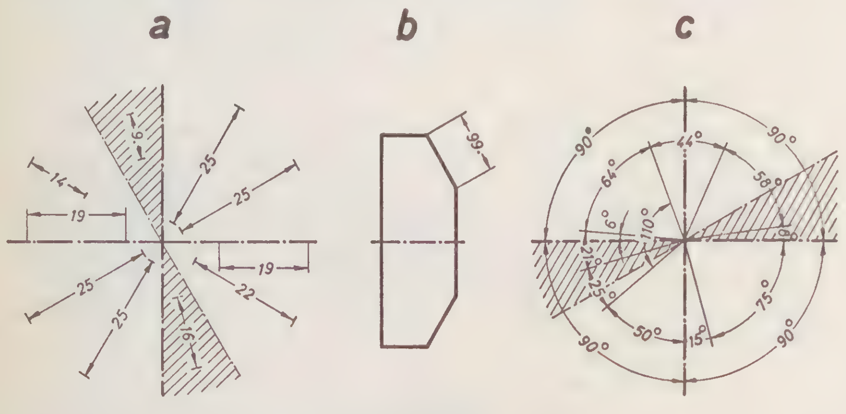


Figura 22

Los de la figura 22a se refieren a acotaciones lineales, y los de la figura 22c a acotaciones angulares. Tanto en una como en otra deben evitarse, por razones de buena legibilidad, la colocación de cifras y sus cotas respectivas de forma que las direcciones de éstas no estén comprendidas en los sectores rayados de 30° (ver párrato 3.026 de esta ficha, hoja 3); si ello no fuese posible, la lectura de estas cifras en posiciones excepcionales se hará *desde la izquierda.*

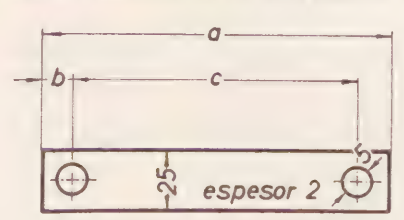
Existen cifras de cota formadas por los números 6, 8, 9 y combinaciones de ellos que pueden dar lugar a confusión según se miren por la derecha o por la izquierda, principalmente cuando ocupan las posiciones excepcionales rayadas en la figura 22. Para estos casos particulares deberá ponerse un punto final después de la cifra de cota, que evite el error de lectura (fig. 22 b).

Las cifras de cota y los datos de ángulo que, debido a la falta de espacio, se escriban en la proximidad de la línea de cota o se saquen fuera por líneas de referencia, se anotarán en la misma posición que habría ocupado en el hueco de cota (cota 1,6 de la figura 9, hoja 3, y cota 8,5 de la figura 16, hoja 4 de esta ficha).

3.043 Ya hemos dicho en el párrafo 3.021 de esta ficha, hoja 2, que la unidad de medida para las cifras consignadas en un dibujo técnico puede ser distinta según los casos. En los dibujos industriales dicha unidad es el milímetro; si alguna cifra de un mismo dibujo, fuese expresada en otra unidad distinta de la anterior, habrá de hacerse indicación expresa de esta variación consignando a continuación de la cifra su unidad de medida (cm. m., etc.).

Esta regla de acotación de la norma DIN 406, coincide con la dada en la recomendación ISO/R 129 (ver ficha N. 4006, hoja 2, párrafo 3.0121).

3.044 Cuando en la fabricación de objetos industriales existan piezas de igual forma, con una serie de medidas comunes, pero con diferencias de longitudes en una o varias de sus cotas, puede evitarse el hacer un dibujo para cada pieza distinta y reducirse a uno solo común para todas ellas, acotando las medidas variables con letras minúsculas, llamadas en este caso *letras de cota.* Los diversos valores numéricos que correspondan en cada pieza a dichas cotas, se consignarán en una tabla numérica (fig. 23) en correspondencia con el número de orden de cada pieza diferente.



N° de orden	a	b	c
1	70	5	60
2	100	5	90
3	200	10	180

Figura 23

Las letras de cota se harán con escritura cursiva normalizada (ver ficha N. 4003) y del mismo tamaño que el correspondiente a las restantes cifras del dibujo.

Se recomienda, en dibujos de fabricación, el empleo de letras de cota a lo sumo para tres dimensiones variables; si éstas fuesen más, es aconsejable el dibujo de cada pieza separadamente o en grupos máximos de tres variables.

3.045 Si en un dibujo técnico representado a escala, existen algunas dimensiones que no correspondan con la escala del dibujo, las cifras de cota para dichas dimensiones *deberán subrayarse* (fig. 24 a, cotas 80 y 120), a fin de destacar esta anormalidad.

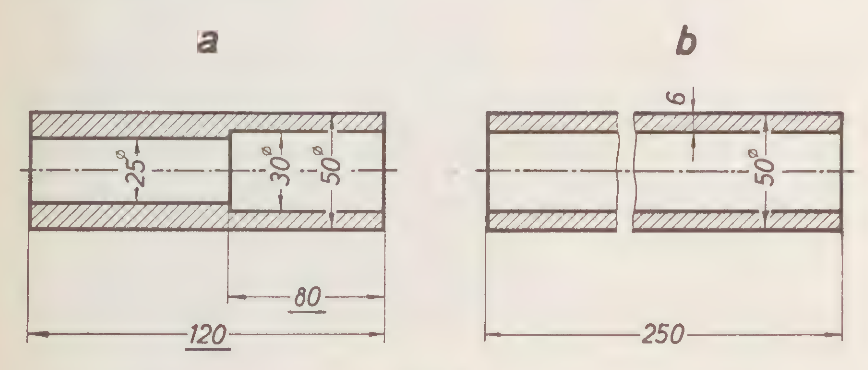


Figura 24

Estas diferencias de dimensiones suelen surgir al efectuar ligeras modificaciones en el proyecto primitivo de la pieza, o a la revisión del dibujo terminado. Si estas variaciones afectan a un corto número de cifras pueden aceptarse estas correcciones; si son numerosas es aconsejable la ejecución de un nuevo dibujo rectificado.

Cuando las piezas han sido representadas con líneas de rotura, por las razones expuestas en el párrafo 6.10 de la ficha N. 4002, hoja 5, la cota de su longitud no está a escala. En estos casos *no se subrayará* la cifra de esta dimensión (fig. 24b), ya que la línea de rotura determina claramente que su longitud (arbitraria), no se corresponde con la de la escala del dibujo.

También puede darse el caso de dibujos de fabricación que se repitan frecuentemente con variaciones de sus dimensiones; estos dibujos suelen estar impresos con sus cifras de cota sin consignar. Al ser utilizados en cada caso particular, la mayoría o la totalidad de sus medidas no coinciden con las correspondientes a la escala del dibujo impreso. En estos casos no se subraya cada cota que varía, sino que en la casilla del rótulo donde se consigna el valor de la escala (ver ficha N. 4009) no se pone ésta, sino que se sustituye por una raya horizontal algo gruesa que indica que la totalidad del dibujo no está a escala. Realmente estos dibujos impresos pueden considerarse como *croquis de piezas* realizados con instrumentos de dibujo y no a pulso.

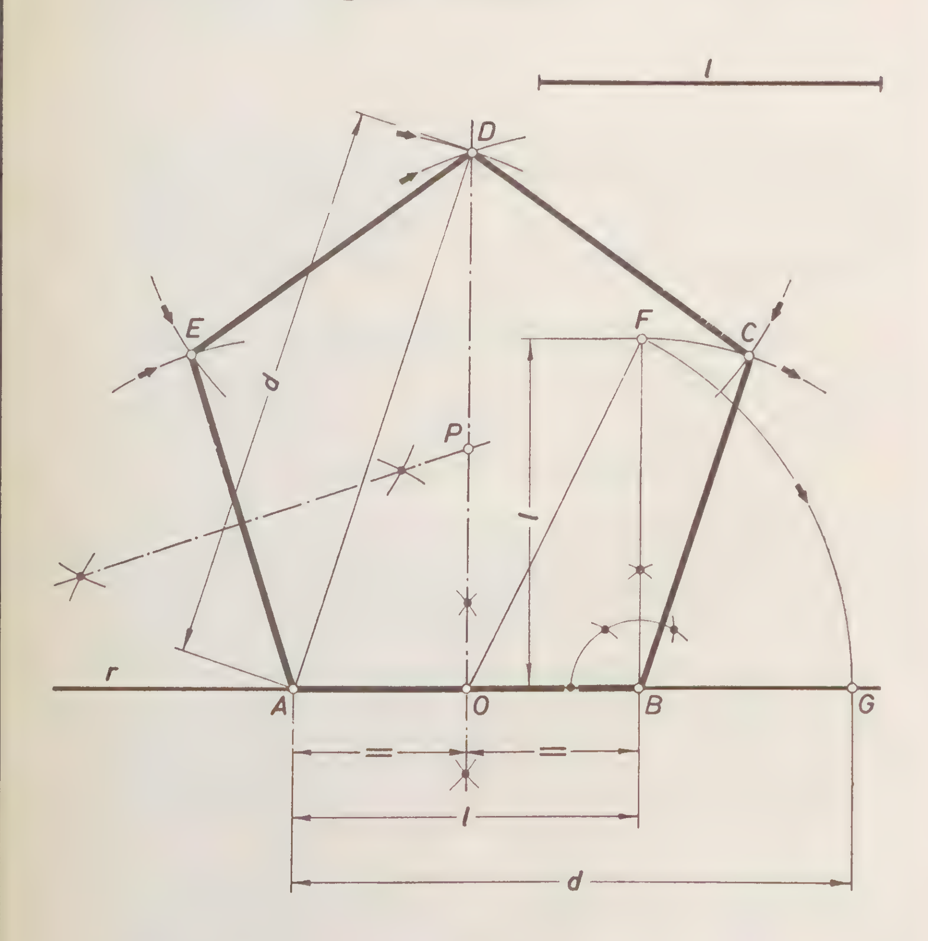
Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

PROBLEMAS GRÁFICOS DEL PLANO

Construir un pentágono regular dada la longitud de su lado.

Es propiedad del autor Tomás Alvarez Peralto Catedratico de DIBUJO INDUSTRIAL de la E. I. T. I. de Sevilla.
Enero 1968

ENUNCIADO: *Construir un pentágono regular dada la longitud de su lado*



1. Generalidades

Un polígono de cinco lados se llama *pentágono* (ver ficha P. G. 2301, párrafo 2); si además tiene todos los lados y ángulos iguales, el pentágono es *regular* (ver ficha P. G. 2351, párrafo 1). El problema de construir un pentágono regular de lado dado, tiene solución geométrica exacta y su trazado no es excesivamente complicado, por lo que puede emplearse esta construcción indistintamente con la general dada en la ficha P. G. 2360, hoja 2.

2. Resolución

Sea **l** la longitud del lado dado.

2.1 Sobre una recta indefinida **r** tomemos un segmento **AB** igual a **l**.

2.2 Tracemos perpendiculares a **AB**, en su punto medio **O** (ver ficha P. G. 2131) y en su extremo **B** (ver ficha P. G. 2132).

2.3 Tomemos sobre esta última el segmento **BF** igual a **l** y unamos **F** con **O.**

2.4 Con centro en **O** y radio **OF** tracemos un arco hasta que corte a **r** en el punto **G.** La distancia **AG** es la diagonal del pentágono regular buscado.

2.5 Con centro en **A** y radio **AG** tracemos un arco hasta que corte en **D** a la mediatriz a **AB.** Como comprobación, haciendo centro en **A** y con el mismo radio se puede trazar un nuevo arco que debe pasar también por **D** y que nos lo sitúa con mayor exactitud. El punto **D** es un vértice del pentágono.

2.6 Para determinar los dos vértices restantes **E** y **C** bastará tomar con el compás la longitud **l** y con centro en **D, A** (para determinar el primero **E**) y centro en **D, B** (para determinar el segundo **C**), trazar arcos que se corten en los puntos buscados, que unidos entre sí nos darán el contorno del pentágono pedido.

3. Demostración

Esta construcción está basada en una propiedad geométrica demostrada en Geometría racional que dice que *«el lado del pentágono regular es el segmento áureo de su diagonal»* (ver definición y trazado del segmento áureo en la ficha P. G. 2011, hoja 4, párrafo 5.4).

A su vez, la diagonal del pentágono regular es el lado del pentágono estrellado continuo de segunda especie inscrito en la misma circunferencia (ver ficha P. G. 2351, párrafo 4).

3.1 Por el trazado efectuado en el párrafo 2, podemos establecer las siguientes relaciones métricas, llamando **l** al lado del pentágono y **d** a su diagonal:

$$AB = BF = l \qquad (1)$$

$$AO = OB = l : 2 \qquad (2)$$

$$OG = OF = \sqrt{OB^2 + BF^2} = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + l^2} = \frac{l}{2}\sqrt{5} \qquad (3)$$

$$d = AD = AG = AO + OG = \frac{l}{2} + \frac{l}{2}\sqrt{5} = \frac{l}{2}\left(1 + \sqrt{5}\right) \qquad (4)$$

3.2 Por otra parte, el segmento áureo **x** de **d**, valdrá, según se dedujo en el párrafo 5.4 de la ficha P. G. 2011, hoja 4

$$x = \frac{d}{2}\left(\sqrt{5} - 1\right) \tag{5}$$

3.3 Si en la expresión (5) sustituimos **d** por el valor deducido en (4), tendremos que

$$x = \frac{l}{4}\left(\sqrt{5} + 1\right)\left(\sqrt{5} - 1\right) = l \tag{6}$$

lo cual nos demuestra que el segmento **l** es el resultante de dividir el segmento **d** en media y extrema razón, y por consiguiente la validez del trazado expuesto.

4. Observaciones y aplicaciones

Hacemos destacar que en este trazado no se necesita dibujar la circunferencia circunscrita ni la situación de su centro **P.** Si quisiéramos hallarlo para comprobar que los vértices **A, B, C, D, E,** del pentágono están situados en aquélla, basta trazar las mediatrices de dos lados consecutivos **AB, EA** (ver ficha P. G. 2861).

Por otra parte, la construcción expuesta en este trazado es la solución del problema inverso al estudiado en el párrafo 5.4 de la mencionada ficha P. G. 2011, hoja 4, que en esencia consiste en obtener el segmento áureo **x** de un segmento dado **a.**

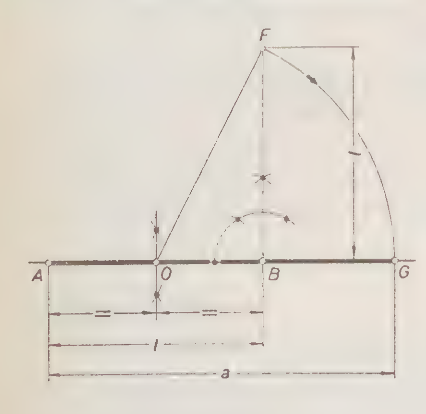


Figura 1

El problema inverso a éste sería el de obtener un segmento **a** cuyo segmento áureo **l** es conocido.

En la figura 1 damos la solución gráfica correspondiente a este problema inverso, como otra aplicación del trazado explicado en la construcción del pentágono regular, conservando la misma nomenclatura que en aquél, y que estimamos no necesita mayor aclaración.

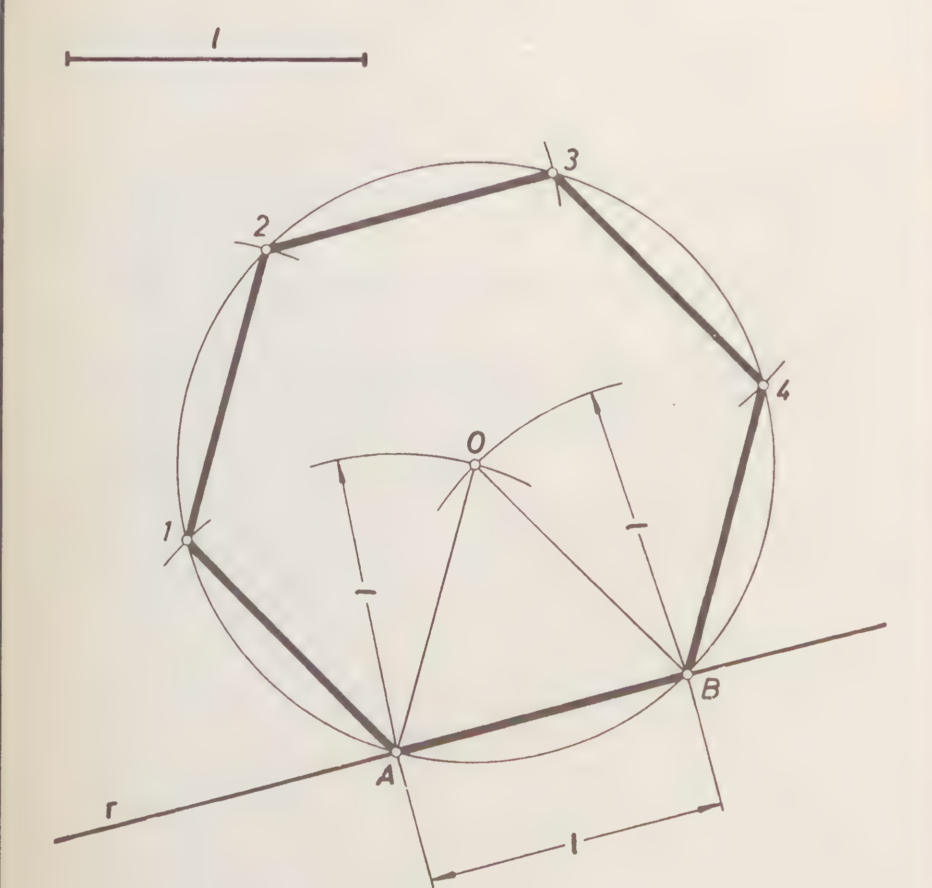
Imp. Alvarez-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

PROBLEMAS GRÁFICOS DEL PLANO

Construir un exágono regular dada la longitud de su lado.

Ficha n.º 126	DIBUJO TÉCNICO Problemas Geométricos	P. G. 2355

ENUNCIADO: *Construir un exágono regular dada la longitud de su lado.*



1. Generalidades

Un polígono de seis lados se llama *exágono* (ver ficha P. G. 2301, párrafo 2); si además tiene todos sus lados y ángulos iguales, el exágono es *regular* (ver ficha P. G. 2351, párrafo 1). El problema de construir un exágono regular conocida la longitud de su lado, es de solución directa, rápida y exacta, por lo que de acuerdo con los conceptos expresados en la ficha P. G. 2352, párrafo 1, estudiamos en ésta dicha solución más sencilla que la indicada en el procedimiento general dado en la ficha P. G. 2360, hoja 2.

2. Resolución

Sea **l** la longitud del lado dado.

2.1 Sobre una recta indefinida **r** tomemos un segmento **AB** igual a **l**.

2.2 Con centro en **A** y radio **l**, tracemos un arco.

2.3 Con centro en **B** y con el mismo radio **l** tracemos otro arco que corte al anterior en el punto **O**. Este punto es el centro de la circunferencia circircunscrita al exágono pedido.

2.4 Con centro en **O** y radio **l**, trácese dicha circunferencia circunscrita, sobre la que llevaremos a partir de **A** el segmento **AB** = **l**, con lo cual obtendremos los restantes vértices 1 al 4 del exágono. Si la construcción es escrupulosa, el segmento **4-B** deberá ser también igual al lado **l**.

3. Demostración

Esta sencilla construcción está basada en la conocida propiedad geométrica *de ser el lado del exágono regular inscrito en una circunferencia, igual al radio de la misma.* El ángulo central del exágono inscrito será de **360° : 6 = 60°**, y siendo el triángulo **AOB** en todos los polígonos regulares, isósceles, los los ángulos **OAB** y **OBA** adyacentes al lado, serán siempre iguales por lo que en el caso particular del exágono regular estudiado, tendrán el valor de (**180° − 60°**) **: 2 = 60°**, y por lo tanto el triángulo **AOB** es equilátero, lo cual justifica la construcción efectuada en 2.

4. Discusión

Si tenemos en cuenta la posición de la figura en el plano, con respecto a la recta base **r**, las construcciones estudiadas pueden resolverse indistintamente en los dos semiplanos de **r**, por lo que el problema planteado tiene *dos soluciones.* Estas dos soluciones son congruentes entre sí directamente (ver ficha P. G. 2001, párrafo 1).

Si consideramos sólo la forma y el concepto de igual expresado en la mencionada ficha P. G. 2001, sin tener en cuenta la posición del triángulo

en el plano, las dos soluciones anteriores son iguales entre sí, y el triángulo trazado con esta amplitud de conceptos es la única solución del problema. Éste tiene siempre solución para cualquier valor del lado.

5. Solución práctica

Este problema puede resolverse también mediante el auxilio de la regla y el cartabón (este último debidamente comprobado y rectificado; ver ficha G. F. 1018, párrafo 3), ya que al ser equilátero el triángulo **AOB**, puede éste construirse según el procedimiento dado en la ficha P. G. 2352, párrafo 6, figura 1. Sin embargo, dada la sencillez del trazado expuesto en el párrafo 2 de esta ficha, en el que sólo se utiliza el compás, es sin duda éste el mejor procedimiento de obtención del exágono regular.

6. Aplicaciones

Este problema es de frecuente empleo en el dibujo técnico, especialmente en la representación de tornillos y tuercas exagonales, que son tan utilizados como elementos de sujeción en construcción de maquinaria, estructuras metálicas, calderería, etc. La cabeza de los tornillos exagonales y sus tuercas respectivas tienen la forma exterior de un prisma exagonal recto, con sus bordes biselados en forma cónica. Las dimensiones de las cabezas de tornillos y tuercas, así como sus distintas variedades de roscado, están normalizadas y son función del diámetro exterior del vástago del tornillo, que a su vez tiene forma cilíndrica y roscado parcial o total en su longitud.

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Acotación de dibujos técnicos

(continuación)

3.046 Si al proyectar una pieza determinada, por encargo de un cliente existan dudas de interpretación que necesiten, antes de su fabricación, la aceptación o comprobación previa por parte del mismo, se le enviará a éste el dibujo correspondiente, en el que aparezcan encuadradas las medidas a comprobar, según se representa en la figura 25. Además, en dicho dibujo y sobre la rotulación, se pondrá una nota expresa y bien legible que diga: *«Las medidas contorneadas serán comprobadas por el cliente».*

La forma de este encuadramiento se representa en dicha fig. 25. Su anchura mínima será de 6 mm y su longitud la necesaria para que en su interior quede claramente consignada su cifra que, eventualmente, puede llevar tolerancias de fabricación. El espesor debe ser el de las líneas de cota.

Son inadmisibles los círculos para encuadrar.

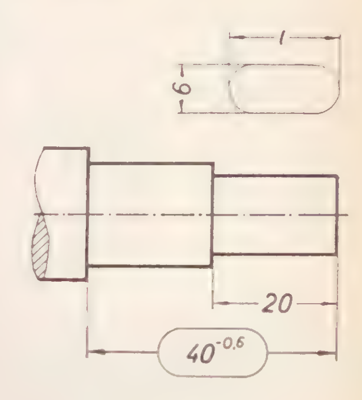


Figura 25

3.047 Como regla general no deben consignarse en un dibujo técnico más que las cotas necesarias y suficientes para definir el producto acabado. A veces es conveniente consignar algunas medidas auxiliares que faciliten la lectura del plano o que puedan dar indicaciones útiles que eviten cualquier cálculo auxiliar en el proceso de fabricación o montaje.

En estos casos excepcionales se anotarán estas cotas auxiliares entre paréntesis (fig. 26), y no deben llevar indicaciones especiales de tolerancias. Para mayor aclaración se pondrá sobre la rotulación una nota expresa, bien legible, que diga: *«Las cifras entre paréntesis no sirven para el mecanizado».*

El cigüeñal representado en la figura 26 como ejemplo, tiene entre paréntesis las cifras 14, 36, 34, que fijan la posición de los ejes de apoyo o centros de soportes de dicho cigüeñal, y que tienen gran importancia para

su montaje en los cojinetes respectivos. También se ha consignado entre paréntesis la cota 16 de la parte superior derecha, que absorbe las diferencias

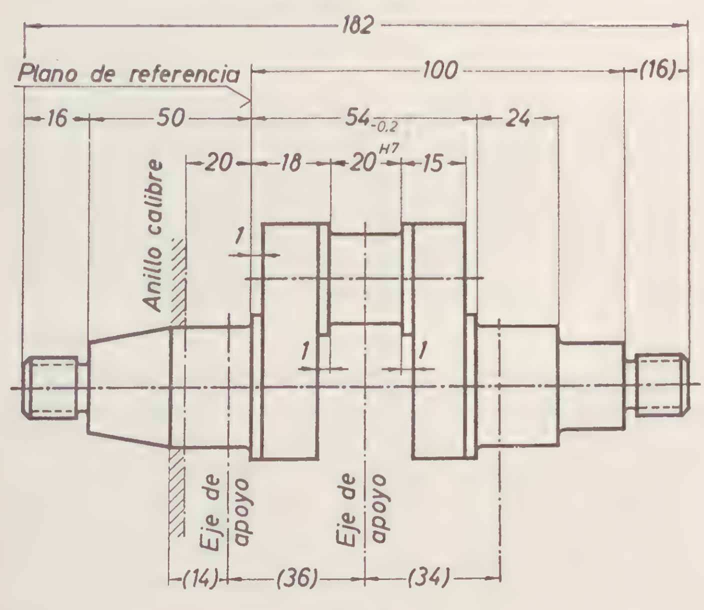


Figura 26

de todas las cotas longitudinales expresadas sin tolerancias, y que podría haberse suprimido.

Esta regla de acotación de la norma DIN 406, coincide también con la Recomendación ISO/R 129 (ver párrafo 3.0114, hoja 1 y párrafos 3.0121, 3.0122, hoja 2, de esta ficha).

3.05 Radios

Si en un dibujo técnico se representa un arco de circunferencia, éste se acotará por su radio y la longitud o amplitud del arco o ángulo central correspondiente. Si la longitud del arco o la amplitud del ángulo central quedan definidas por condiciones de tangencia o de contorno de la pieza, sólo se acota el radio del arco, que es el caso más frecuente en la práctica. Cuando en un dibujo técnico se represente una circunferencia completa, ésta se acotará siempre por su diámetro y por las coordenadas

de su centro referidas a ejes principales o líneas notables de la pieza; en general no es necesario acotar expresamente la posición del centro, ya que éste queda casi siempre perfectamente definido en el dibujo.

En la acotación de radios, la línea de cota de éstos sólo lleva una flecha en el extremo del arco ocotado, suprimiéndose la correspondiente al centro del mismo (ver párrafo 3.034, hoja 4, de esta ficha.

3.051 Cuando el centro del arco esté sobre un eje, se señala por una cruz mediante un pequeño trazo perpendicular a dicho eje (fig. 27).

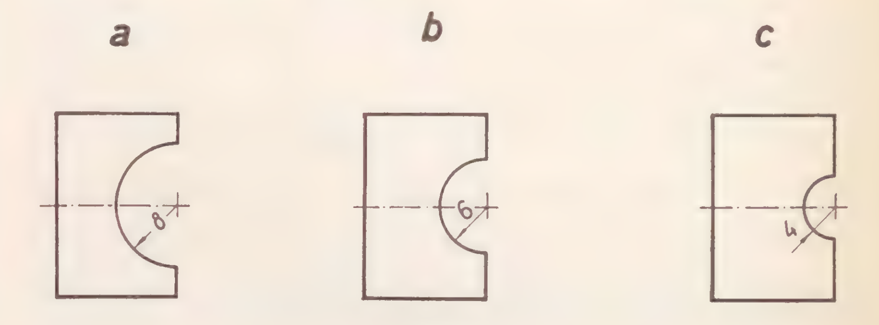


Figura 27

La línea de cota debe llegar al centro del arco; la cifra se colocará en la cota, intercalada (fig. 27 a), superpuesta (fig. 27 b) o exterior (fig. 27 c), según el espacio disponible; la flecha será interior o exterior al arco por la misma razón (ver párrafo 3.024, hoja 3, de esta ficha).

3.052 Si el centro del arco no está sobre un eje, se representa aquél por un pequeño círculo de uno a dos milímetros de diámetro, o si el radio es demasiado pequeño, por un puntito negro.

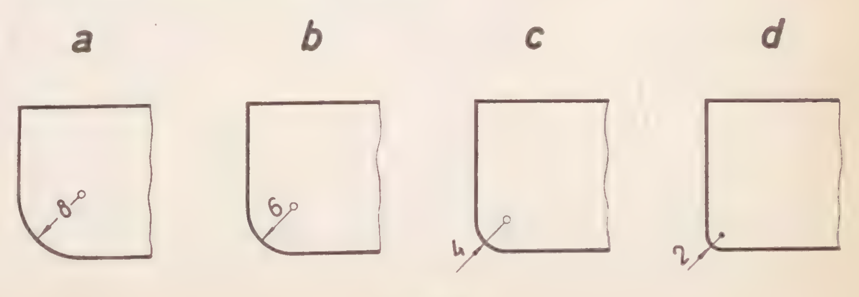


Figura 28

Al igual que el caso anterior, la línea de cota debe llegar al centro del arco y la cifra intercalada (fig. 28a), superpuesta (fig. 28b) o exterior (figs. 28c y 28d), según sea el espacio disponible, como se ha expresado en el anterior párrafo 3.051.

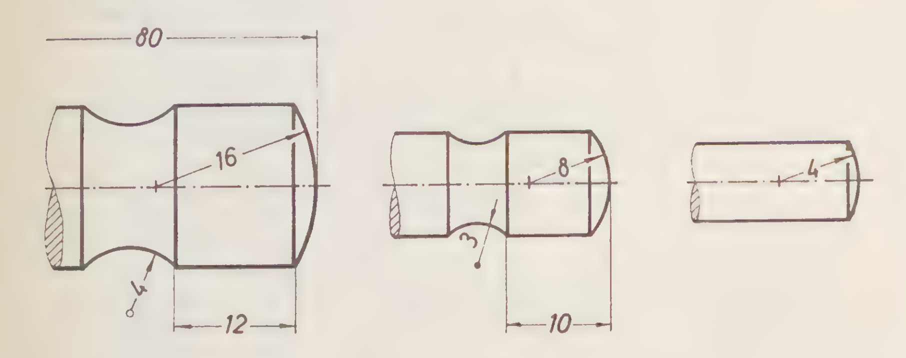


Figura 29

Como sencillos ejemplos de acotación de arcos en los casos detallados en los párrafos 3.051 y 3.052, reproducimos la figura 29 de la norma alemana DIN 406, que estimamos no necesita aclaración.

3.053 Si los radios a acotar son tan pequeños que no pueda aplicarse, o resulte confusa la representación dada en la figura 28 (párrafo 3.052 de esta ficha), se suprime la consignación del centro del arco, y se coloca detrás

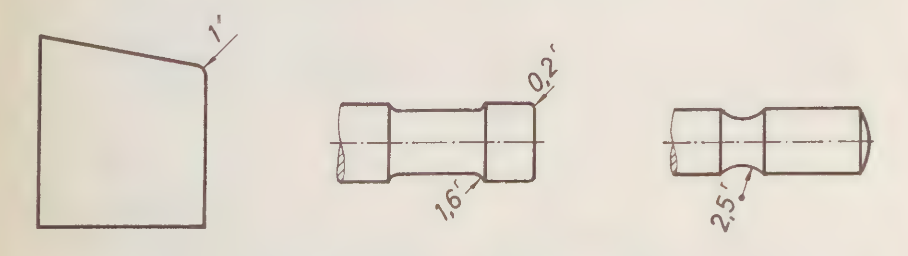


Figura 30

de la cifra de cota como un exponente, la letra **r** (minúscula), indicación de radio. La figura 30 representa casos sencillos de aplicación.

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

PROBLEMAS GRÁFICOS DEL PLANO

Posiciones de un ángulo con respecto a una circunferencia.-Ángulo central, inscrito, semi-inscrito, interior y exterior. Arco capaz.

Es propiedad del autor Tomás Alvarez Peralto, Catedrático de DIBUJO INDUSTRIAL de la E. I. T. I. de Sevilla.
Enero 1968

POSICIONES DE UN ÁNGULO CON RESPECTO A UNA CIRCUNFERENCIA

1. Generalidades

Ya hemos visto en la ficha P. G. 2011, párrafo 1, que entre los muy diversos entes geométricos que se estudian en la Geometría racional, existen entre otros, los arcos de circunferencias y los ángulos, que son conceptos geométricos totalmente diferentes y que no debemos confundir. Tanto los arcos de circunferencias como los ángulos son, independientemente unos de otros, *cantidades homogéneas* comparables entre sí, ya que siempre es posible obtener la medida de cualquiera de ellas comparándolas con otras de su misma especie tomada como unidad.

La cualidad común a todas las magnitudes homogéneas se llama *magnitud*. La magnitud de los arcos de circunferencias se llama *longitud* y la de los ángulos *amplitud*.

2. Medida de ángulos mediante arcos

En la mencionada ficha P. G. 2011. párrafo 2, hemos visto también la correspondencia que existe entre dos ángulos centrales de una misma circunferencia (o en circunferencias de radios iguales) y sus arcos respectivos; igualmente demostramos que al corresponderse ambas magnitudes en la igualdad y la suma, eran proporcionales. Por lo tanto podemos enunciar que *en una misma circunferencia o en circunferencias de igual radio, los arcos son proporcionales a sus ángulos centrales respectivos.*

Así pues, la razón o coeficiente de proporcionalidad de dos ángulos centrales, es la misma que la de sus arcos correspondientes. Si adoptamos el *grado* sexagesimal (o centesimal) como unidad de ángulo, y llamamos también *grado* al arco correspondiente, resultará que el número que expresa la medida del ángulo con esta unidad, será el mismo que el de la medida del arco, es decir, que *la medida de un ángulo central es igual a la del arco correspondiente, siempre que tomemos como unidad de arco el que abarca la unidad de ángulo.*

3. Posiciones de un ángulo con respecto a una circunferencia

Las posiciones relativas de un ángulo con respecto a una circunferencia, dependen de la situación de su vértice.

3.1 Si el vértice **V** está en el centro **O** de la circunferencia, el ángulo **mn** se llama *central* (fig. 1 a).

3.2 Si el vértice **V** está sobre la circunferencia, y los lados **mn** son secantes a ésta, el ángulo se llama *inscrito* (fig. 1 b).

3.3 Si el vértice **V** está sobre la circunferencia y uno de sus lados **n** es tangente a ésta, el ángulo se llama *semi-inscrito* (fig. 1 c).

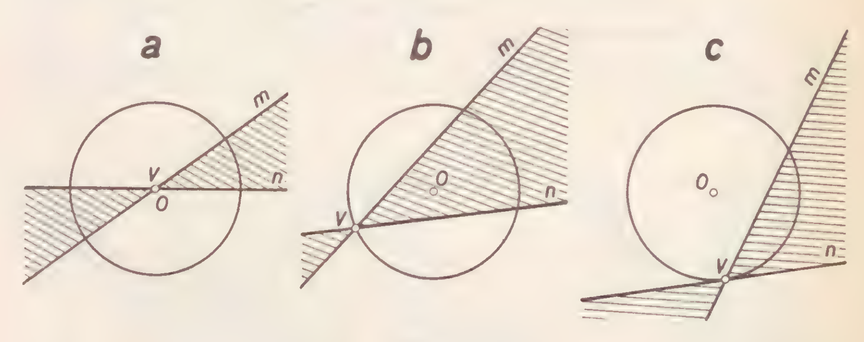


Figura 1

3.4 Si el vértice **V** es interior a la circunferencia, sus lados **mn** son siempre secante a ésta, y el ángulo se llama *interior* (fig. 2a).

3.5 Si el vértice **V** es exterior a la circunferencia y sus lados **mn** son secantes o tangentes a ésta, el ángulo se llama *exterior* (fig. 2b). Se exceptúa en este último caso la posición en que uno o dos de sus lados sean exteriores a la circunferencia.

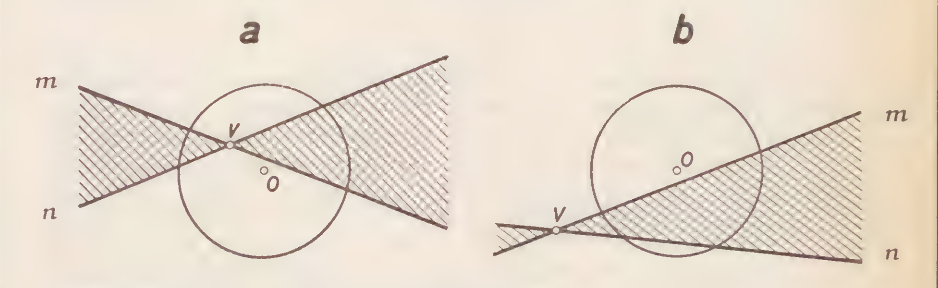


Figura 2

4. Relaciones entre los ángulos definidos anteriormente y los arcos de circunferencias que abarcan sus lados.

4.1 Valor del ángulo central

Ya hemos visto en el párrafo 2 de esta ficha que *la medida de un ángulo central es igual a la del correspondiente arco que abarca.*

4.2 Valor del ángulo inscrito

La medida de un ángulo inscrito **mn** *es la mitad de la del ángulo central que abarca el mismo arco.*

Para demostrarlo veamos previamente que el ángulo inscrito puede ocupar en la circunferencia las tres posiciones siguientes:

1.ª El centro **O** de la circunferencia está en el lado **m** del ángulo **mn** (figura 3a).

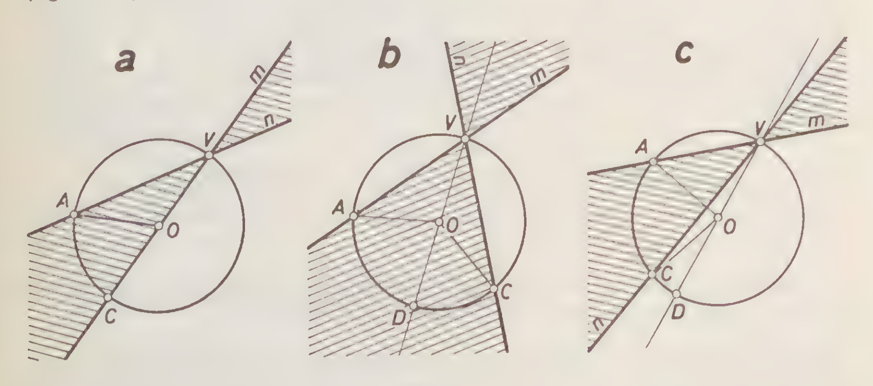


Figura 3

2.ª El centro **O** es interior a **mn** (fig. 3b).

3.ª El centro **O** es exterior a **mn** (fig. 3c).

En el primer caso el ángulo central **AOC** es exterior del triángulo **AOV** y por consiguiente igual a la suma de los otros dos no adyacentes **VAO** y **AVO** que a su vez son iguales entre sí por ser isósceles el triángulo **AOV** (la suma de los tres ángulos de un triángulo es de dos rectos). Así pues, el ángulo central **AOC** será doble del **AVO** = **mn**, y por lo tanto se cumple la propiedad.

En el segundo caso, trazando el diámetro **VD**, el ángulo inscrito **mn** queda descompuesto en la suma de otros dos **AVD** y **DVC**, también inscritos; el ángulo central correspondiente **AOC** queda a su vez descompuesto en la suma de otros dos **AOD** y **DOC**. La propiedad anterior se cumple pues para cada ángulo parcial y por lo tanto también para su suma.

En el tercer caso, trazando igualmente el diámetro **VD**, el ángulo inscrito **mn** queda descompuesto en la diferencia de los **AVD** y **DVC** también inscritos, y siguiendo el mismo razonamiento anterior veríamos que igualmente se cumple la propiedad.

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

Posiciones de un ángulo con respecto a una circunferencia.
Ángulo central, inscrito, semi-inscrito, interior y exterior. Arco capaz
(continuación)

4.21 Propiedades del ángulo inscrito

4.211 Si consideramos una circunferencia **O** (fig. 4), dos puntos **A**, **B** sobre

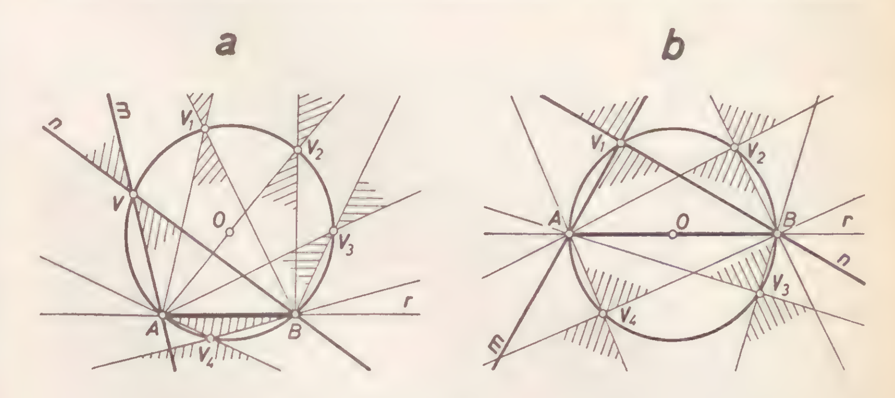


Figura 4

ellas extremos de un arco cualquiera, y un tercer punto **V** de la circunferencia, que al unirlo con **A** y **B** será vértice de un ángulo **mn** inscrito en dicha circunferencia, se verificará según la propiedad demostrada anteriormente, que la medida del ángulo **mn** será siempre la mitad del arco **AB**, para cualquier posición que ocupe el punto **V**. Por consiguiente, todos los ángulos de vértices V_1, V_2 V_3,... en la circunferencia y extremos fijos **A** y **B** serán iguales entre sí. por lo que podemos enunciar que *todos los ángulos inscritos que abarcan el mismo arco, son iguales.*

4.212 Uniendo los extremos **A** y **B** del arco por una recta **r**, el valor del ángulo inscrito en cada semiplano de **r**, es constante en cada uno de ellos, y son *suplementarios* los de un semiplano con respecto a los del otro, ya que su suma deberá ser 360° : 2, mitad de la suma de sus arcos que forman una circunferencia completa.

Si la recta secante **r** no pasa por el centro **O** de la circunferencia, los ángulos inscritos de ambos semiplanos serán diferentes entre sí, por lo que unos serán *agudos* y sus suplementarios *obtusos* (fig. 4a).

Si la recta secante **r** pasa por el centro **O** de la circunferencia, los ángulos inscritos de ambos semiplanos serán iguales entre sí, y por consiguiente todos serán *rectos* (fig. 4b).

4.3 Valor del ángulo semi-inscrito

La medida de un ángulo semi-inscrito es la mitad del ángulo central que abarca el mismo arco.

En efecto, si consideramos (fig. 5) un arco de extremos **A** y **B** y un punto **V** que se desplaza sobre él en la dirección de la flecha, y en cada posición formamos el ángulo inscrito correspondiente uniendo **V** con **A** y **B**, ya hemos visto en el párrafo 4.211 de esta ficha, que todos estos ángulos inscritos *son iguales y tienen por medida la mitad del ángulo central* **AOB.**

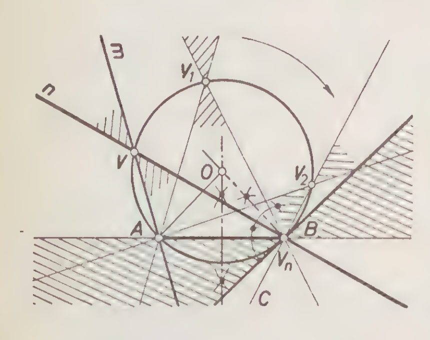


Figura 5

Si el movimiento continúa hasta que el punto **V** coincida con el punto **B** extremo del arco, en esta posición límite también se verificará la propiedad anterior. En ella el lado **m** del ángulo inscrito tomará la posición **AB** (cuerda del arco), y el lado **n** tomará la posición **VnC** tangente en **B** a dicho arco, conservándose la amplitud del ángulo **AVB** (ver definición de tangente en la ficha P. G. 2440, párrafo 3, fig. 2); el ángulo inscrito se transforma en el semi-inscrito **AVnC**, cuya medida será también la mitad del ángulo central correspondiente que abarca el mismo arco.

Obsérvese que la normal en **B** al lado **BC,** pasará por el centro **O** del arco (ver ficha P. G. 2421, párrafo 1) y dicho centro está a su vez sobre la mediatriz de la cuerda **AB.**

4.4 Valor del ángulo interior

La medida de un ángulo de vértice interior a una circunferencia es la suma de los ángulos inscritos que abarcan los mismos arcos que él y su opuesto por el vértice.

En efecto, consideremos (figura 6) el ángulo **mn** cuyo vértice **V** sea interior a la circunferencia **O.** Dichos lados **m, n,** interceptarán en la circunferencia los arcos **AC** y **DE.**

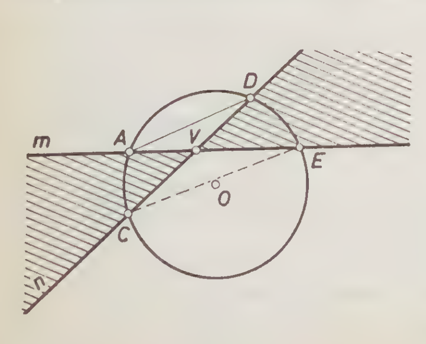


Figura 6

Si unimos **A** con **D,** en el triángulo **AVD** se verificará que el ángulo exterior de él **AVC** (suplementario del **AVD**), será igual a la suma de los otros dos **DAV** y **ADV,** o sea que

$$\mathbf{AVC = mn = DAV + ADV}\ ; \qquad (1)$$

pero el ángulo **DAV** es el inscrito correspondiente al arco **DE,** y el **ADV** el correspondiente al arco **AC,** por lo que con la expresión (1) queda demostrada la propiedad. Esta demostración es válida también si hubiésemos unidos los puntos **E** y **C** en lugar de los **A** y **D.**

4.5 Valor del ángulo exterior

La medida de un ángulo de vértice exterior a una circunferencia es la diferencia de los ángulos inscritos correspondiente a los dos arcos que abarcan sus lados.

Sean (fig. 7) **mn** el ángulo de vértice **V** exterior a la circunferencia **O.** Dichos lados **m, n,** interceptarán en la circunferencia los arcos **AC** y **ED.**

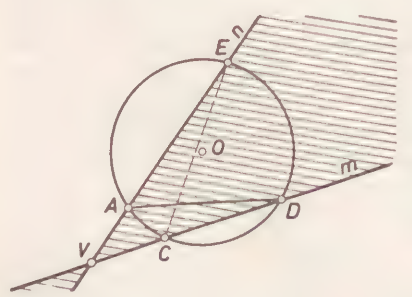


Figura 7

Si unimos **A** con **D,** en el triángulo **AVD** se verificará que el ángulo exterior de él **EAD** (suplementario del **VAD),** será igual a la suma de los otros dos **AVD** y **ADV,** o sea que

$$\mathbf{EAD = AVD + ADV}$$

de donde se deduce que

$$\mathbf{AVD = mn = EAD - ADV};\qquad (1)$$

pero el ángulo **EAD** es el inscrito correspondiente al arco **DE,** y el **ADV** el correspondiente al arco **AC,** por lo que queda demostrada con la expresión (1), la propiedad. Esta demostración es válida también si hubiésemos unidos los puntos **E** y **C** en lugar de los **A** y **D.**

5. Arco capaz

En el párrafo 4.21 de esta ficha, hemos visto que «todos los ángulos inscritos en una circunferencia que abarcan el mismo arco, son iguales») Así pues, si consideramos (fig. 8) una circunferencia **O** y dos puntos fijos de ella **A** y **B,** extremos del arco **AB,** cualquier punto **V** de dicha circunferencia, unido con **A** y **B,** nos determinan un ángulo α constante.

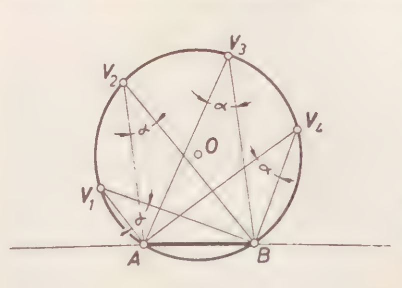


Figura 8

Si suponemos ahora unidos los puntos **A** y **B** con una recta **r,** el segmento **AB** de ésta será la cuerda del arco; imaginando un observador que recorre la circunferencia, éste verá continuamente el segmento **AB** bajo un ángulo α constante. De acuerdo con estas consideraciones, se define como *arco capaz, aquél desde el cual se ve un segmento* **AB** *bajo un ángulo* α *constante, en un mismo semiplano.*

El arco capaz puede considerarse también como el *l. g. de los puntos de un semiplano determinado por un segmento* **AB** *de una recta* **r**, *desde los cuales se ve dicho segmento bajo un ángulo dado* α.

2.1 Construcción del «arco capaz» desde el cual se ve un segmento AB bajo un ángulo α dado.

Las propiedades del ángulo semi-inscrito, obtenidas en el párrafo 4.3, de esta ficha, nos dan la posibilidad de esta construcción.

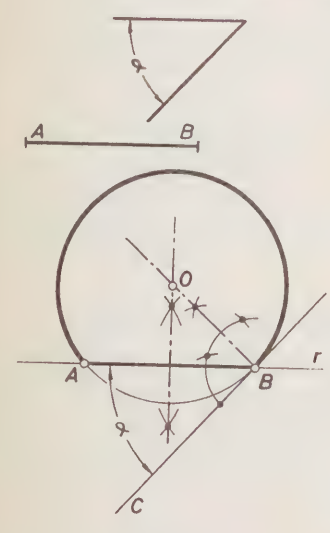


Figura 9

Sean (fig. 9) **AB** y α el segmento y ángulo dados. Tomemos sobre una recta **r** el segmento **AB** y por su extremo **B** formemos el ángulo **ABC** igual al dado α y coincidente uno de sus lados con **r** (ver ficha P. G. 2110). Tracemos a continuación la perpendicular **OB** a **BC** (ver ficha P. G. 2132) que cortará a la mediatriz a **AB** (ver ficha P. G. 2131) en el punto **O,** centro del arco buscado.

En efecto, el ángulo **ABC** es semi-inscrito con respecto a la circunferencia **O** y tiene por medida la mitad del arco **AB,** al igual que los correspondientes a los del ángulo capaz pedido.

Si repetimos estas mismas construcciones en el semiplano opuesto de **r** obtendremos otro arco capaz, simétrico del anterior.

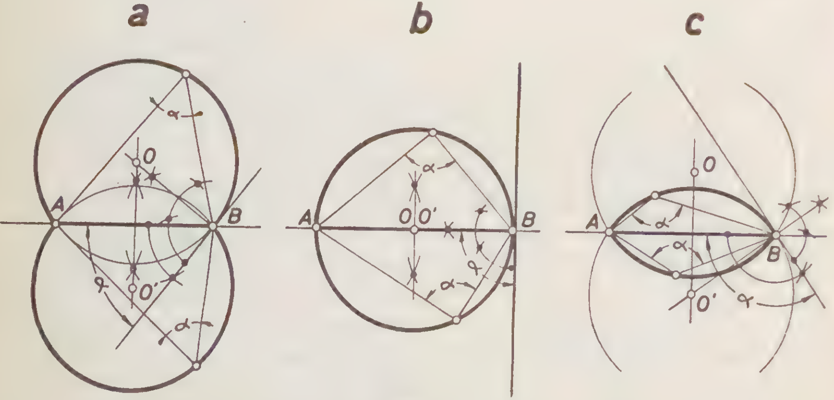


Figura 10

En la figura 10 tenemos la solución completa de este problema en los casos pasibles en que α sea agudo (fig. 10a), recto (fig. 10b) u obtuso (fig. 10c).

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Acotación de dibujos técnicos

(continuación)

3.054 En la acotación de arcos de gran radio, puede darse el caso de que el centro de dicho arco caiga fuera de los límites del dibujo.

Cuando esto ocurra y el centro deba estar situado sobre un eje representado en la pieza, al no poder consignarse dicho centro, se coloca la letra **r**, indicación de radio, de la forma que se ha expresado en el anterior párrafo 3.053, hoja 6 (fig. 31 a).

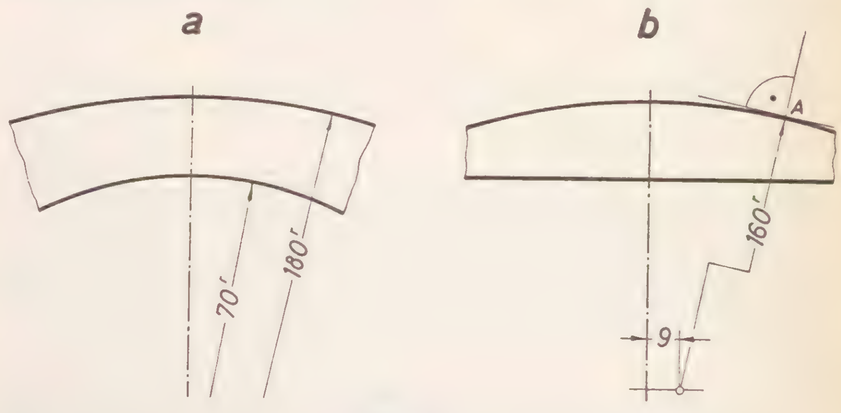


Figura 31

Si el centro está desplazado del eje representado, debe consignarse y acotarse la posición de dicho centro; para ello se emplea el artificio de considerar desplazado éste paralelamente al eje (fig. 31 b), hasta colocarlo en los límites del dibujo, con lo cual puede acotarse su posición (cota 9); la cota del radio se ha de dirigir hacia su verdadero centro (normal a la tangente en **A**) y se desviará en ángulo recto, según se representa en la figura.

3.056 Cuando en una pieza hayan de representarse numerosas acotaciones de arcos con un mismo centro, las líneas de cota llegan a fundirse en las proximidades del centro produciendo un borrón de desagradable aspecto. Para evitarlo se interrumpen dichas líneas de cota poco antes de alcanzar el centro, limitándolas con una pequeña

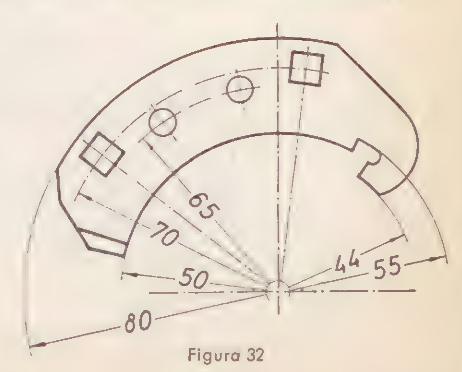


Figura 32

circunferencia trazada previamente. En la figura 32 presentamos un ejemplo de aplicación de esta forma de acotar.

Observaciones.—La Recomendación ISO/R 129 es menos detallada que la alemana DIN 406 en lo referente a acotación de radios, aun cuando en sus líneas generales coincide prácticamente con lo establecido en el párrafo 3.05 y siguientes.

Existe discrepancia total en la forma de consignar la cifra de cota de cualquier radio, ya que en todos los casos le hace preceder la letra **R** *mayúscula* como inicial de la palabra «radio», a más de colocar dicha cifra encima de la línea de cota, según vimos en el párrafo 3.024, hoja 3, de esta ficha.

3.06 Signo de diámetro

3.061 Cuando en una pieza existan contornos o secciones de forma circular, caso muy frecuente en piezas torneadas o de revolución, se suele elegir la vista principal (ver ficha N. 4005, párrafo 1) de tal forma que dichos contornos circulares tengan su plano bien paralelo o bien perpendicular a dicha vista. En el primer caso su proyección sobre el plano del dibujo es una circunferencia; en el segundo caso es una recta de igual magnitud que su diámetro.

Cuando se haga la acotación del diámetro de una circunferencia en aquella vista en que se proyecta en su verdadera magnitud (plano paralelo), no hay confusión en la forma circular del contorno. Esto no ocurre si la circunferencia se proyecta perpendicularmente en una de sus vistas, pues dicha proyección es una recta. Si es necesaria la acotación del diámetro en estas circunstancias, bien porque la pieza de revolución esté representada en una sola vista (ver ficha N. 4005, párrafo 2) de eje paralelo al dibujo, o bien cuando aun estando representada por dos o más vistas nos veamos obligados, por razones de claridad, a efectuar la acotación en aquélla en que se proyecta la circunferencia perpendicularmente, se evita la posibilidad de confusión de su forma circular mediante el empleo del *símbolo de diámetro.*

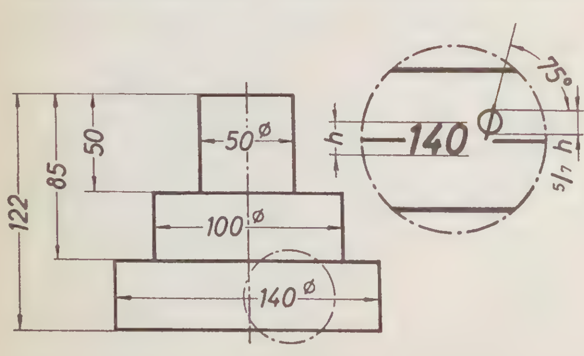


Figura 33

Este símbolo consiste en una pequeña circunferencia cruzada oblícuamente por un trazo que sobresale ligeramente del contorno de la misma, y que se coloca después de la cifra de cota como si fuese un exponente (figura 33).

El signo de diámetro deberá tener un tamaño de aproximadamente 5 7 de la altura de las cifras de cota*; la inclinación del trazo oblícuo será de 75° (45° + 30°) y el espesor del círculo y del trazo, igual al de las líneas de cota.

3.062 También se empleará el símbolo de diámetro en aquellas cotas diametrales que aun encontrándose en un arco solo tenga una flecha de cota (cota 25 en la figura 34), así como para una cifra de cota de un diámetro muy pequeño que se consigne mediante una línea de referencia sin línea de cota (cota 2 en la figura 34).

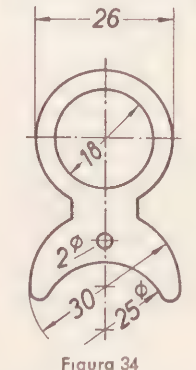


Figura 34

3.063 Por el contrario, no se pondrá signo de diámetro en aquellas cotas en que esté dibujada la circunferencia, por las razones indicadas en el párrafo 3.062 de esta ficha (cotas 18 y 26 en la figura 34). Tampoco se pondrá en aquellas cotas de arcos cuyas líneas de cota tengan dos flechas (cota 30 en la figura 34),

Observaciones.—La Recomendación ISO R 129, al igual que en la consignación de radios (ver párrafo 3.056, de esta ficha) discrepa de la norma alemana DIN 406. Emplea el mismo signo de diámetro sensiblemente del mismo tamaño, aun cuando no especifica sus dimensiones, pero su colocación no la hace detrás de la cifra de cota y en forma de exponente, sino que lo antepone a dicha cifra, que a su vez coloca encima de la línea de cota (ver párrafo 3.024, hoja 3 de esta ficha).

3.07 Signo de cuadrado y cruz diagonal

3.071 El *signo de cuadrado* indica la forma cuadrada de un contorno o sección, al igual que el signo de diámetro indica la forma circular.

* Relación entre la altura de las letras mayusculas y minúsculas en la escritura cursiva o normal normalizadas ver fichas N. 4003 y N. 4004).

Por las mismas razones especificadas en el párrafo 3.061, de esta ficha, este signo se empleará en los casos dudosos de acotación en una vista de perfil (plano perpendicular al del dibujo).

Este símbolo consiste simplemente en un pequeño cuadrado que se coloca después de la cifra de cota como si fuera un exponente (fig. 35).

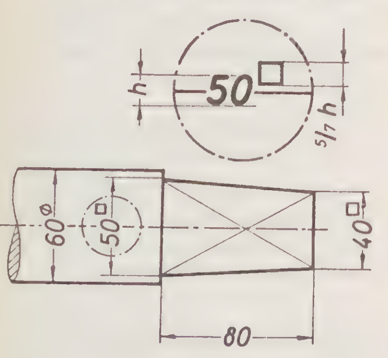


Figura 35

Las dimensiones de este cuadrado son las mismas que para el signo de diámetro, o sea su lado debe ser aproximadamente los 5/7 de la altura nominal de la cifra de cota; el espesor del trazo deberá ser igual al de las líneas de cota.

Este signo de cuadrado deberá emplearse exclusivamente en dibujos de piezas representadas con una sola vista y en la que la forma cuadrada esté de perfil, tal como ocurre en la dibujada en la figura 35, cuya única vista es suficiente para la determinación de su forma y dimensiones.

Si la pieza estuviese representada en dos vistas, en una de las cuales habrá de aparecer claramente la forma cuadrada proyectada paralelamente, es aconsejable acotar dos lados contiguos del cuadrado en dicha vista, a fin de que desaparezca toda ambigüedad (figura 36).

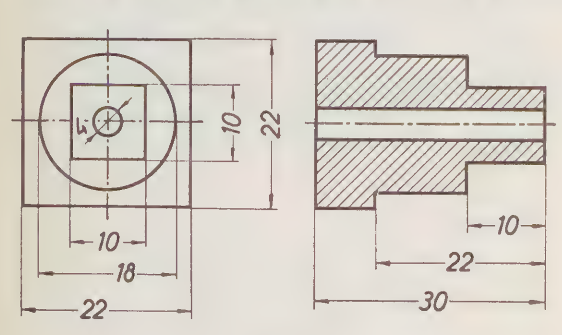


Figura 36

Puede prescindirse del símbolo del cuadrado y de la cota de su lado en aquellos cuadrados que están normalizados, ya que su forma se deduce de su designación normalizada, que se consigna seguida de una cifra que expresa la longitud de su lado.

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

PROBLEMAS GRÁFICOS DEL PLANO

Lugares geométricos

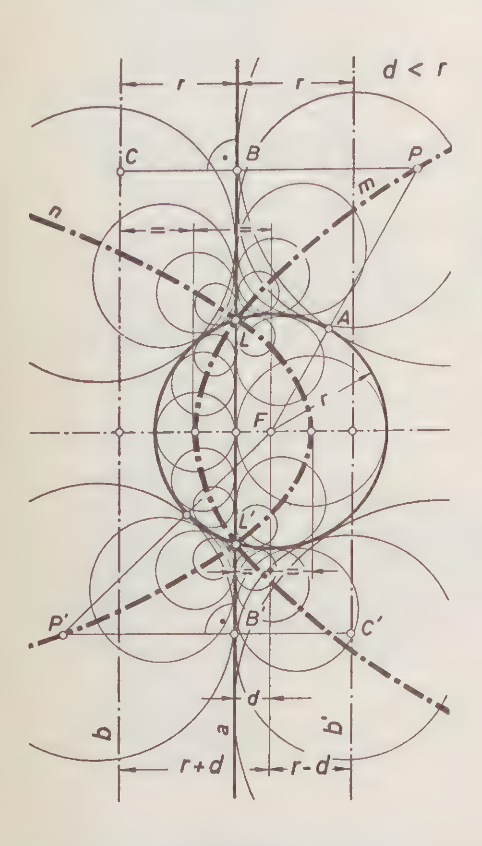
Ejemplos 29 al 31

LUGARES GEOMÉTRICOS

1. Generalidades

Continuamos en esta ficha el estudio de los l. g. números 29 al 31 de acuerdo con las directrices marcadas en la ficha P. G. 2802.

2. LUGAR GEOMÉTRICO n.º 29 (RC)



El l. g. de los centros de circunferencias tangentes a una dada Fr de centro F y radio r, y tangente a su vez a una recta "secante" a aquélla, siendo d su distancia a F,

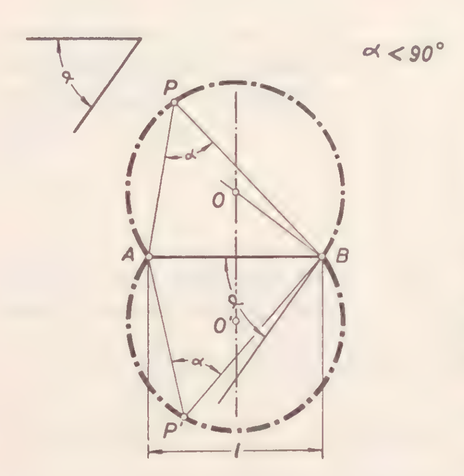
son

dos parábolas $\left\{ \begin{matrix} m \\ n \end{matrix} \right\}$ **de foco F y directriz** $\left\{ \begin{matrix} b \\ b' \end{matrix} \right\}$ **paralela a la recta dada, y distanciadas de F la magnitud** $\left\{ \begin{matrix} d + r \\ d - r \end{matrix} \right\}$

Figura 1

En virtud de las consideraciones expresadas en el párrafo 1 de la ficha P. G. 2802, este l. g. es equivalente al l. g. número 28, por lo que omitimos su demostración.

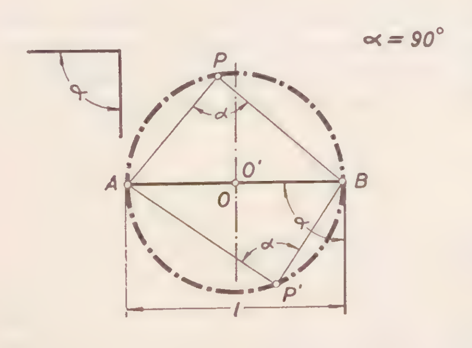
3. LUGAR GEOMÉTRICO n.º 30



El l. g. de los puntos del plano desde los cuales se vé un segmento l bajo un ángulo α

son

los dos arcos capaces de ángulo α, trazados en ambos semiplanos de la recta r que contiene a l.



En la ficha P. G. 2112 hoja 2, párrafo 5, hemos dado la definición y trazado del arco capaz, así como la demostración que justifica dicho trazado, a la que remitimos al lector. Los tres casos posibles los representamos en la figura 2.

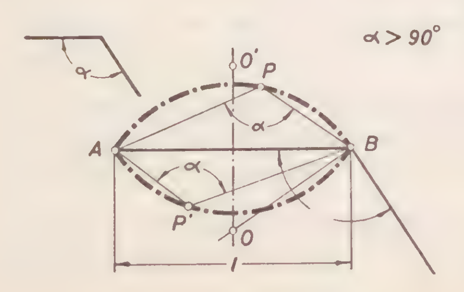


Figura 2

Es propiedad del autor Tomás Alvarez Peralto, Catedrático de DIBUJO INDUSTRIAL de la E. I. T. I. de Sevilla.

Enero 1968

4. LUGAR GEOMÉTRICO n.º 31 (cc)

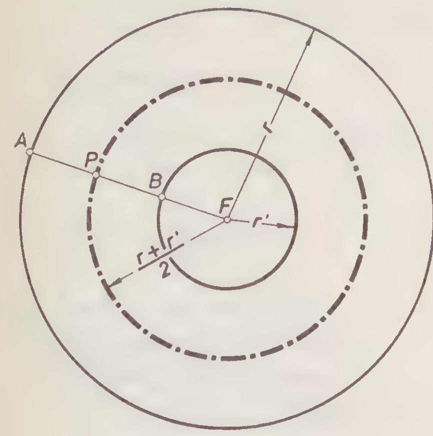


Figura 3

El l. g. de los puntos del plano que equidistan de dos circunferencias "concéntricas" Fr, Fr', de centro F y radios r, r'

es

una circunferencia concéntrica con las dadas y radio $\frac{r + r'}{2}$.

4.1 Demostración

Sea **F** el centro de las dos circunferencias dadas de radios **r** y **r'**. Con radio (**r** + **r'**) **: 2** tracemos otra circunferencia también concéntrica con las anteriores, y unamos un punto cualquiera **P** de ésta, con el centro **F**; la recta **PF** cortará las dos dadas en los puntos **A** y **B** respectivamente. De la figura se deduce que

$$AP = AF - PF = r - \frac{r + r'}{2} = \frac{r - r'}{2}$$

y que

$$PB = PF - BF = \frac{r + r'}{2} - r' = \frac{r - r'}{2}$$

de donde

$$AP = PB \qquad (1)$$

lo cual nos demuestra que el punto **P** es el centro del segmento **AB** y por consiguiente equidistante de sus extremos, por lo que también equidistará de las dos circunferencias dadas (ver ficha P. G. 2802, párrafo 1); así pues pertenecerá al l. g. pedido.

Cualquier otro punto del segmento **AB**, exceptuado el punto medio **P** dividirá a dicho segmento en dos partes desiguales y por consiguiente no equidistará de las circunferencias dadas; así pues, no pertenecerá al l. g. pedido.

Como el punto **P** considerado puede ser cualquiera de los de la circunferencia de centro **F** y radio (**r** + **r'**) **: 2** queda demostrada la propiedad (ver ficha P. G. 2801, párrafo 2).

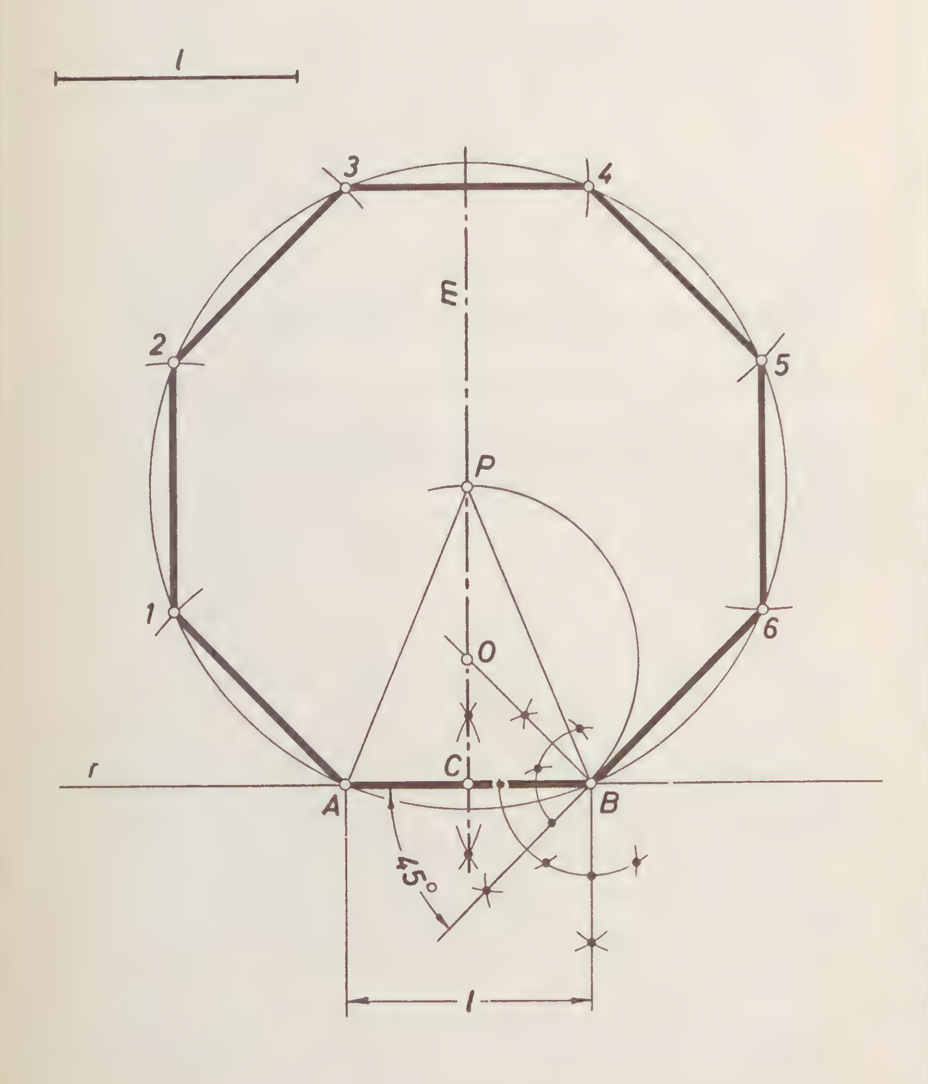
Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

PROBLEMAS GRÁFICOS DEL PLANO

Construir un octógono regular dada la longitud de su lado.

Es propiedad del autor Tomás Alvarez Peralto, Catedrático de DIBUJO INDUSTRIAL de la E. I. T. I. de Sevilla.

ENUNCIADO: *Construir un octógono regular dada la longitud de su lado.*



1. Generalidades

Un polígono regular de ocho lados se llama *octógono* (ver ficha P. G. 2301, párrafo 2); si además tiene todos sus lados y ángulos iguales, el octógono es *regular* (ver ficha P. G. 2351, párrafo 1). El problema de construir el octógono regular conocida la longitud de su lado, tiene solución geométrica exacta y su trazado es relativamente sencillo en comparación con el procedimiento general estudiado en las fichas P. G. 2360, hoias 1 y 2. De acuerdo con el criterio expresado en la ficha P. G. 2352, párrafo 1, estudiamos seguidamente su solución.

2. Resolución

Sea **l** la longitud del lado dado.

El ángulo central correspondiente al lado **l** de su circunferencia circunscrita, tendrá por valor 360° : 8 = 45°, mitad de un ángulo recto.

El centro de dicha circunferencia circunscrita deberá hallarse, por una parte en la mediatriz del lado **l**, por ser dicha mediatriz el l. g. de los puntos que equidistan de sus extremos (ver l. g. n.º 3, ficha P. G. 2802), y por otra en el arco capaz del segmento **l** visto bajo el ángulo de 45° (ver l. g. n.º 30, ficha P. G. 2809). La intersección de ambos l. g. (ver ficha P. G, 2801, párrafo 5) nos determina el centro de la circunferencia circunscrita.

De acuerdo con las consideraciones anteriores, efectuaremos el siguiente trazado:

2.1 Sobre una recta indefinida **r** tomemos un segmento **AB** igual a **l.**

2.2 Tracemos la mediatriz **m** de **AB** (ver ficha P. G. 2131).

2.3 Por uno de sus extremos, el **B** p. e. tracemos el arco capaz de **AB** visto bajo un ángulo de 45° (ver ficha P. G. 2112, hoja 2, párrafo 5.1, fig. 9). Para trazar el ángulo semi-inscrito de 45° a la circunferencia del arco capaz, bastará trazar por **B** la perpendicular a **AB** (ver ficha P. G. 2132) y a continuación la bisectriz del ángulo recto formado en **B** (ver ficha P G. 2114).

2.4 El punto **P** de intersección del arco capaz trazado según 2.3 y de la mediatriz trazada según 2.2, será el centro de la circunferencia circunscrita al octógono regular pedido.

2.5 Trazada dicha circunferencia bastará llevar sobre ella, a partir de **A** el segmento **AB** = **l**, con lo cual obtendremos los restantes vértices 1 al 6 del octógono. Si la construcción ha sido escrupulosa, el segmento **6-B** deberá ser también igual al lado **l.**

 Enero 1968

3. Demostración

El razonamiento que hemos hecho para la resolución, lleva implícitamente la demostración del trazado, el cual es un caso típico de resolución de un problema por el procedimiento de intersección de lugares geométricos (ver ficha P. G. 2801).

4. Observaciones

Si el lado conocido correspondiese a un polígono regular de doble número de lados (en este caso concreto de 16 lados), el ángulo central de su circunferencia circunscrita, valdría la mitad ($360° : (8 \times 2) = 22°\ 30'$), en cuyo caso el trazado expuesto podría aplicarse igualmente al polígono de 16 lados, operando con el ángulo mitad del de 45°, fácil de obtener por bisección de éste.

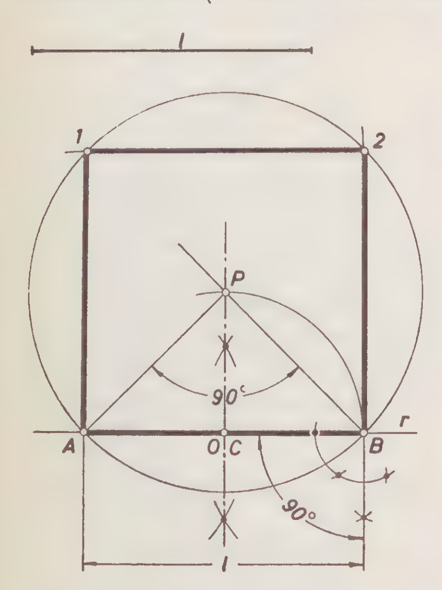


Figura 1

Por nueva bisección del ángulo de 22° 30' obtendríamos el trazado para el polígono de 32 lados, y así sucesivamente el de 64, etc..

Esto nos demuestra que este problema es resoluble con regla y compás para los valores de **n** $= 8, 16, 32 \ldots 8 \times 2^{p}$ siendo **p** un número natural que incluso puede ser cero.

Igualmente puede aplicarse este trazado al cuadrado, cuya solución por otro procedimiento ya ha sido estudiada en la ficha P. G. 2353.

En la figura 1 damos como aplicación la construcción simplificada del mismo, conservando la nomenclatura.

Imp.Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Clasificación de los dibujos técnicos

1. Generalidades

La gran variedad de dibujos técnicos que necesita la industria, aconseja una clasificación de los mismos en la que se ha de tener en cuenta principalmente el fin perseguido en cada uno de ellos en sus aplicaciones, así como la forma material de realizarlos. Según la importancia de sus aplicaciones, los dibujos técnicos pueden ser ejecutados con mayor o menor perfección, en amplia gama que varía desde los dibujos realizados a lápiz hasta los que han de utilizarse para la reproducción impresa o copia fotográfica.

La norma alemana DIN 199 establece la siguiente clasificación que podemos dividir en dos grupos principales:

Grupo 1.º Clasificación de dibujos técnicos por su forma de realizarlos.

Grupo 2.º Clasificación de dibujos técnicos por sus aplicaciones.

2. Definición y clasificación de los dibujos técnicos por su forma de realizarlos.

En este grupo distinguiremos las siguientes clases:

2.1 Croquis

Se llama *croquis* a la representación brevemente bosquejada de un elemento o pieza, hecho casi siempre a pulso y que tiene por objeto la obtención de datos de una pieza ya fabricada, o para dar forma inicial a la idea concebida al proyectarla. El croquis es generalmente el primer paso para la realización de un dibujo técnico.

2.2 Dibujo a lápiz

Es como su nombre indica, el realizado a lápiz, pudiendo tener o no sus flechas y cotas a tinta (es aconsejable lo primero). Se utilizan, por ra-

zones económicas, en aquellos casos en que los dibujos de fabricación sean muy numerosos, de trazados simplificados y que necesiten pocas reproducciones. Se emplean mucho en arquitectura como planos de detalles para obras, y también en dibujos industriales en despiezos para taller, principalmente en construcciones metálicas.

2.3 Dibujo a tinta

Se realizan totalmente a tinta china. Son los más utilizados industrialmente y también en proyectos de arquitectura. De mejor presentación que los dibujos a lápiz, permiten múltiples reproducciones con mayor nitidez y más permanencia en su conservación y archivado.

2.4 Calco

Es la copia de un dibujo original hecho a lápiz o tinta china. Tiene por misión fundamental la reproducción de dicha dibujo original mediante copias heliográficas o por procedimientos análogos. Se ejecutan generalmente en papel traslúcido (ver ficha G. F. 1011, párrafo 1.22) y cuando la importancia del dibujo lo requiera, en papel tela.

2.5 Calco heliográfico

Es la reproducción heliográfica de un calco o dibujo hecho en papel traslúcido. Son las reproducciones que se envían a taller, obra, clientes, Organismos oficiales para petición de licencias, etc.

2.6 Fotografía

Es la reproducción o copia fotográfica de un dibujo. Tiene su principal aplicación para las reproducciones impresas que han de realizarse en revistas técnicas, libros, etc.

2.7 Impresión

Es la reproducción de un dibujo mediante procedimientos tipográficos, offset, litografía, etc.

3. Descripción y clasificación de los dibujos técnicos por sus aplicaciones.

3.1 Dibujo original

Es el dibujo fundamental para construcción y montaje. Son los de mayor importancia en el conjunto de trabajos de una Oficina técnica, y debe cuidarse esmeradamente su conservación y archivado.

3.2 Dibujo de taller

Es aquél destinado a la ejecución material de un elemento en el taller o en la obra, y con el cual se trabaja en ellos.

3.3 Dibujo parcial

Es el que sirve para la representación de una pieza suelta.

3.4 Dibujo de conjunto

Es el que representa la totalidad de un conjunto de elementos o piezas, que sirve para tener una idea clara de la situación y misión que cumplen los elementos componentes.

3.5 Dibujo de proyecto

Es el realizado con fines de oferta y posterior ejecución, suceptible de variaciones futuras.

3.6 Dibujo de oferta

Es el entregado como aclaración a una demanda o entrega de oferta.

3.7 Dibujo de pedido

Corresponde a la documentación gráfica y técnica obligatoria al realizar un pedido.

3.8 Dibujo de aceptación

Es el realizado con fines de comprobación de modelo, conforme a contrato o prescripciones técnicas de suministro.

3.9 Dibujo de suministro

Es el destinado a la comprobación técnica del suministro.

3.10 Dibujo descriptivo

Aquél que se ejecuta para complemento de una descripción del suministro.

3.11 Dibujo de revisión

Dibujo de suministro en el que se marcan las medidas importantes para la revisión.

3.12 Dibujo estático

El que representa cálculos gráficos basados en procedimientos grafo-estáticos.

3.13 Planos de fabricación

Es todo dibujo destinado a la aclaración o representación gráfica de los procesos de trabajo en la fabricación de una pieza.

3.14 Planos de conexiones

Dibujo esquemático de las conexiones de los elementos componentes de un circuíto eléctrico.

3.15 Plano de devanado

Dibujo esquemático para indicar el proceso de bobinado o devanado en máquinas eléctricas, acompañado a veces de tablas y datos numéricos.

3.16 Plano de conductores

Es el necesario para la colocación en obra de conducciones eléctricas.

3.17 Plano de tuberías

Es el destinado a la colocación en obra de tuberías de gas o líquidos.

3.18 Planos de vías

Para efectuar instalaciones de vías.

3.19 Dibujo de montaje

Destinado a un montaje o instalación.

3.20 Dibujo de cimentación

El que contiene datos y dimensiones de cimientos de máquinas, aparatos, edificaciones, etc.

3.21 Dibujo de revestimiento

Para representar los revestidos de calderas y aparatos.

3.22 Plano de situación

El destinado a indicar el emplazamiento de máquinas y construcciones.

3.23 Dibujo de patente

El que se acompaña a la petición e inscripción de una solicitud de patente.

3.24 Dibujo de modelo registrado

Igual al anterior para registro de modelo o marca.

3.25 Representación gráfica

Líneas obtenidas en la representación a escala de valores numéricos de una función analítica o no analítica.

3.26 Plano de organización

Esquema gráfico de una organización.

3.27 Dibujo en perspectiva

Perspectiva axonométrica o cónica de edificios, máquinas o aparatos.

3.28 Dibujo de clisé

Es el destinado a la obtención de un clisé para reproducciones tipográficas.

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Acotación de dibujos técnicos

(continuación)

(continúa párrafo 3.071, hoja 7).

En la figura 37 tenemos una aplicación de este caso a la forma cuadrada de su parte izquierda que se corresponde con las dimensiones normalizadas de los anchos de bocallaves. Las dimensiones de éstas están normalizadas en la norma alemana DIN 475*; las letras SW son la designación normalizada de la palabra compuesta bocallave (en alemán **S**chlüssel**w**eiten) y la cifra 17 el ancho correspondiente expresado en milímetros.

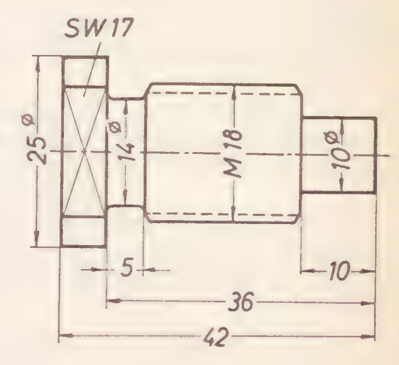


Figura 37

Observaciones.—La Recomendación ISO R 129 aconseja también el signo de cuadrado, sensiblemente del mismo tamaño especificado en la norma DIN 406, aún cuando no detalla sus dimensiones. En la colocación de este símbolo, al igual que en el de diámetro, antepone aquél a la cifra de cota, que a su vez coloca encima de la línea de cota (ver párrafo 3.024, hoja 3, de esta ficha).

3.072 Ya hemos indicado en la ficha N 4002, hoja 3, párrafo 3.9 que el símbolo de *cruz diagonal*, llamado también *cruz de San Andrés*, se utiliza convencionalmente para indicar que una o varias caras de la pieza representada son planas, si esto no se deduce claramente de otra de sus vistas.

Consiste simplemente en cruzar el contorno rectangular o trapecial que se quiera destacar que es plano, mediante sus dos diagonales, trazadas con líneas finas del espesor de las líneas de cota.

En las figuras 35 y 37 del párrafo anterior, tenemos sencillos ejemplos de aplicación de la cruz diagonal.

---

* DIN 475, fecha 1-43 «Schlüsselweiten und Maulweiten».—Id. hoja 2, fecha 3-57 «Schraubenschlüssel, Schlüsselweiten».

3.08 Esferas

Cuando se representen formas esféricas en una sola vista, el contorno de éstas es siempre una circunferencia. Como igualmente la representación de una forma cilíndrica o cónica puede ser también una circunferencia (bases paralelas al plano de proyección), al acotar el diámetro de ambos contornos, pueden surgir dudas de interpretación.

Naturalmente que estas dudas desaparecen si la pieza representada tiene dos o más vistas, ya que las formas esféricas siguen teniendo contorno circular y las cilíndricas o cónicas son rectangulares o triangulares.

Para evitar la ambigüedad en el caso de una sola vista y representación de forma esférica, se agrega a la cifra de cota del diámetro o a la del radio, la palabra «esfera» (fig. 38).

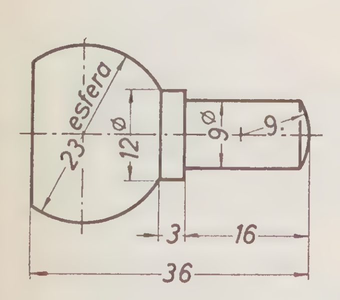


Figura 38

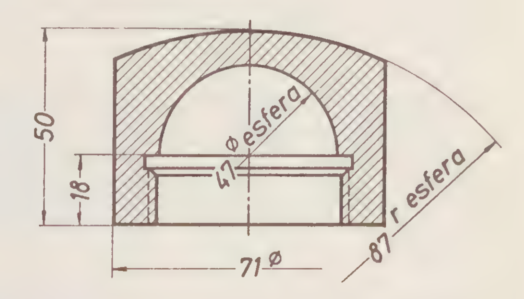


Figura 39

El tamaño y forma de la escritura oblícua debe ser el correspondiente al de las cifras de cota (ver ficha N. 4003).

Si el centro de la esfera se encuentra dentro de la parte esférica, como ocurre en la figura 38 (cota 23), se anotará el diámetro de la esfera sin el signo de diámetro. Si la representación es de media esfera, o de un segmento esférico, como ocurre en la figura 39, deberá consignarse antes de la palabra «esfera» el signo de diámetro (cota 47) o el de radio (cota 87).

Se exceptúa de esta forma de acotar la de los extremos abombados de tornillos, varillas, etc., en los que se consignará sólo la medida del radio, suprimiéndose «r esfera» que queda sobreentendida en estos casos de fre-

cuente representación. En la parte derecha de la pieza dibujada en la fig. 38, tenemos un ejemplo de acotación de un extremo bombeado.

Observaciones.—En la Recomendación ISO/R 129, también se aconseja acompañar la palabra «esfera» a la cota del diámetro, pero al igual que ocurre con la indicación radio, diámetro o cuadrado, antepone esta palabra a la cifra de cota, escribiéndose «esfera R45», con letra mayúscula la del radio, cuyo conjunto coloca encima de la línea de cota (ver párrafo 3.024, hoja 3, de esta ficha).

3.09 Conocidad, adelgazamiento e inclinación

3.091 Generalidades

Es muy frecuente en dibujos técnicos de representación de órganos de máquinas, herramientas, etc., el empleo de superficies límites de dichas piezas en forma cónica, ya que estas superficies pueden obtenerse fácilmente en diversas máquinas-herramienta, y muy principalmente en los tornos.

La operación de torneado cónico se efectúa de forma que la cuchilla de corte en su avance, siga la dirección de una generatriz del cono. Esto puede conseguirse bien por inclinación del carro porta-herramientas, o bien por desplazamiento del contrapunto; también pueden conseguirse superficies cónicas por desplazamiento combinado de los movimientos de avance del carro longitudinal y del transversal.

Igualmente se obtienen superficies cónicas en las máquinas de taladrar, al efectuar avellanados que sirvan de alojamiento a tornillos, remaches, etc., embutidos total o parcialmente. Finalmente en la fabricación de maquinaria en general, se utilizan superficies cónicas en conos de válvulas, grifería, acoplamientos, etc., y también muy empleadas en mangos de herramientas.

Por los motivos expuestos, el dibujante técnico debe saber acotar correctamente estas diversas superficies cónicas, consignando en el dibujo las cotas necesarias y suficientes para su ejecución en taller, y de acuerdo con el proceso de mecanizado de las máquinas-herramientas a utilizar.

Para ello vamos a definir previamente los conceptos de «conicidad», «adelgazamiento» e «inclinación», de uso frecuente en los dibujos técnicos, expresados en la norma alemana DIN 254, fecha 10-57, en la que se incluyen también sus aplicaciones.

3.092 Conicidad, adelgazamiento

Un cono circular recto queda perfectamente definido cuando se conoce el diámetro **D** de su base y su altura **k** (fig. 40). Con dichas dimensiones puede determinarse analíticamente el ángulo α formado por dos generatrices diametralmente opuestas, o el ángulo α : 2 que forma una generatriz con el eje del cono, mitad del anterior.

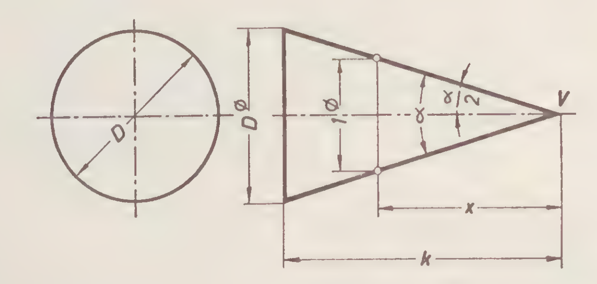


Figura 40

En efecto, de la figura 40 se deduce que

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{D}{2} : k \qquad (1)$$

de cuya expresión se obtiene

$$\frac{D}{k} = \frac{1}{k:D} = \frac{1}{x} = 2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} \qquad (2)$$

A la relación **D : k** entre el *diámetro* de la base del cono y su *altura*, se la da el nombre de **conicidad** y suele expresarse en forma de cociente cuyo numerador es la unidad; el denominador **x** de esta relación será según (2) **x = k : D.**

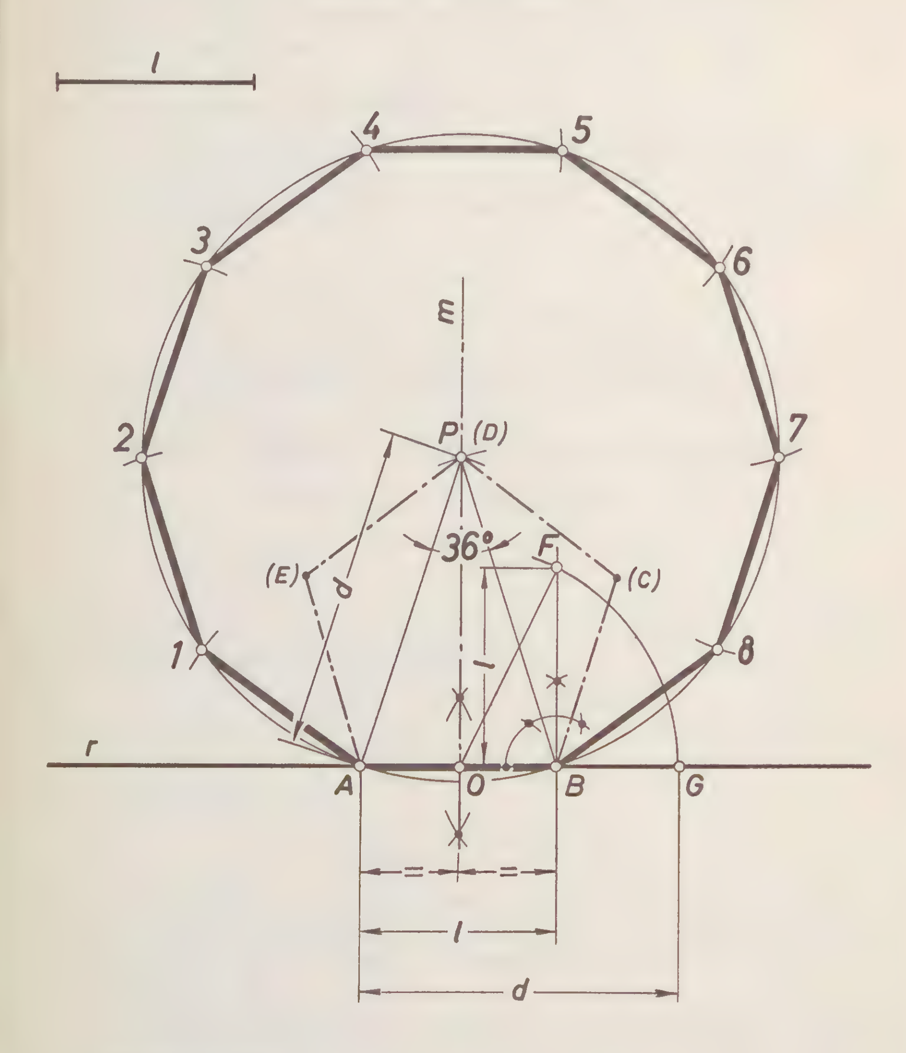
De la expresión (2) y de la figura 40 se deduce también que el denominador **x** de la conicidad **1 : x,** representa la altura que debería tomarse en el cono para obtener un diámetro del mismo igual a la unidad de longitud (un milímetro), o lo que es lo mismo, la altura **x** necesaria para que el diámetro **D** «adelgace» hasta convertirse en «un milímetro», Por este motivo, a la conicidad se le suele llamar también **adelgazamiento,** cuya expresión se usa indistintamente con la anterior en su forma verbal.

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

PROBLEMAS GRÁFICOS DEL PLANO

Construir un decágono regular dada la longitud de su lado.

ENUNCIADO: *Construir un decágono regular dada la longitud de su lado.*



1. Generalidades

Un polígono de diez lados se llama *decágono* (ver ficha P. G. 2301, párrafo 2); si además tiene todos sus lados y ángulos iguales, el decágono es *regular* (ver ficha P. G. 2351, párrafo 1). El problema de construir un decágono regular de lado dado tiene solución geométrica exacta y su trazado

presenta gran analogía con el del pentágono regular estudiado en la ficha P. G. 2354. Por los motivos expresados en el párrafo 1 de la ficha P. G. 2352, estudiamos este trazado independientemente de la solución general dada en la ficha P. G. 2360, hoja 2.

La resolución del problema propuesto está basada en una propiedad geométrica demostrada en Geometría racional de ser *el lado del decágono regular el segmento áureo de su circunferencia circunscrita.*

Esta propiedad nos permite obtener directamente el centro de la circunferencia circunscrita al decágono, con lo cual trazada ésta, bastará llevar el lado dado sobre ella las veces necesarias hasta cerrar el decágono regular.

La obtención del centro de la circunferencia circunscrita implica la determinación de un segmento (el radio) cuyo segmento áureo es conocido (el lado dado). Este problema ha sido ya resuelto en el párrafo 4 de la ficha P. G. 2354, como aplicación al trazado del pentágono regular, ya que la propiedad geométrica en que se basa dicha construcción *es la misma* que para la del decágono regular (ver párrafo 3 de dicha ficha P. G. 2354), con la sola diferencia de que en el pentágono, su lado es el segmento áureo de la *diagonal*, y en el decágono lo es del *radio de la circunferencia circunscrita.*

Así pues, la resolución directa de este problema es inmediata, pues basta repetir las construcciones dadas en la mencionada ficha P. G. 2354, párrafo 2, con lo cual obtendremos el centro **P** de la circunferencia circunscrita al decágono, que en aquélla nos daba el del vértice **D.**

2. Resolución

Sea **l** la longitud del lado dado.

2.1 Sobre una recta indefinida **r** tomemos un segmento **AB** igual a **l.**

2.2 Tracemos perpendiculares a **AB,** en su punto medio **O** (ver ficha P. G. 2131) y en su extremo **B** (ver ficha P. G. 2132).

2.3 Tomemos sobre esta última el segmento **BF** igual a **l** y unamos **F** con **O.**

2.4 Con centro en **O** y radio **OF** tracemos un arco hasta que corte a **r** en el punto **G.** La distancia **AG** es el radio **d** de la circunferencia circunscrita al decágono regular pedido.

2.5 Con centro en **A** y radio **AG** tracemos un arco hasta que corte en **P** a la mediatriz **m** a **AB.** Como comprobación, haciendo centro en **B** y con el mismo radio se puede trazar un nuevo arco que debe pasar también por **P** y que nos lo sitúa con mayor exactitud.

2.6 Para determinar los vértices del decágono regular, bastará trazar con centro en **P** y radio **PA** la circunferencia circunscrita, sobre la cual llevaremos sucesivamente y a partir de **A** el lado dado **AB = l,** con lo que

obtendremos los vértices 1 al 8, que unidos entre sí nos darán el contorno del polígono pedido.

3. Demostración

Como en la mencionada ficha P. G 2354 hemos justificado y demostrado la construcción aplicada en este ejercicio, remitimos al lector al estudio de aquélla.

4. Observaciones

El ángulo central correspondiente al lado de un decágono regular, tiene un valor de $360^a : 10 = 36°$. La construcción del decágono regular permite obtener gráficamente dicho ángulo central **APB** y por consiguiente la de cualquier ángulo múltiplo de él de $\mathbf{36° \times n}$, siendo **n** un número natural mayor que cero, o de un submúltiplo de él de la forma $\mathbf{36 : 2^n}$, por bisecciones sucesivas de dicho ángulo, en la que también **n** representa un número natural mayor que cero. Estas propiedades nos dan la posibilidad de construcción geométricamente exacta de los ángulos de grados enteros siguientes, menores que un recto: 9.º, 18º, 36º, 72º.

La construcción del ángulo recto (ver ficha P. G. 2131), permite por bisección del mismo, la construcción del ángulo de 45º.

La construcción del triángulo equilátero (ver ficha P. G. 2352) permite la de los ángulos 15º, 30º, 60º.

La suma o diferencia de dos de estos ángulos, cuya operación sabemos efectuar gráficamente (ver ficha P. G. 2111) permite la construcción gráfica de los siguientes ángulos de grados enteros: $3° = 18° - 15°$ y todos sus múltiplos enteros.

En resumen, geométricamente existe la posibilidad de construcción del ángulo de grado entero de 3º y de todos sus múltiplos. Estos múltiplos comprenden todos los casos particulares reseñados anteriormente, menores de 90º y son los siguientes:

3º, 6º, 9º, 12º, 15º, 18º, 21º, 24º, 27º, 30º, 33º, 36º, 39º, 42º, 45º, 48º, 51º, 54º, 57º, 60º, 63º, 66º, 69º, 72º, 75º, 78º, 81º, 84º, 87º, 90º.

Todos ellos pueden ser construidos con regla y compás. Para cada caso particular se elegirá la construcción más sencilla, pues aun cuando partiendo del ángulo de 3º podemos llegar por repetición de éste a alcanzar todos los valores anteriores, es natural que si existe una solución directa para alguno de ellos y de más sencilla construcción lo hagamos más cómodamente.

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Acotación de dibujos técnicos

(continuación)

(continúa párrafo 3.092, hoja 8).

En los dibujos técnicos se suele emplear preferentemente la expresión «conicidad», que se consigna de la siguiente manera: «cono 1 : 19,922» *.

En la construcción de piezas industriales se presentan casos en que las superficies cónicas de algunos de sus contornos se extienden hasta su vértice, como p. e. en la fabricación de brocas, puntos de torno o fresa, etc. Pero es mucho más frecuente el caso en que dichas superficies quedan limitadas por dos planos paralelos y perpendiculares al eje del cono, formando el conjunto la figura geométrica denominada *tronco de cono.*

En estos casos, la superficie tronco-cónica queda perfectamente definida cuando se conocen los dos diámetros **D, d,** de sus bases y la distancia **l** entre ellas o altura del tronco de cono.

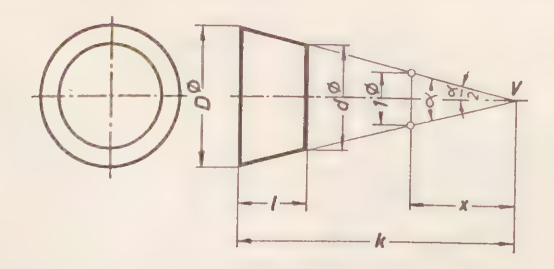


Figura 41

En la figura 41 representamos dicha superficie tronco-cónica con la misma nomenclatura del cono completo dada en la figura 40.

---

* Corresponde este ejemplo a un cono Morse n.º 3 normalizado, empleado en la fabricación de mangos de herramientas (DIN 254 .

De ella se deduce que

$$\frac{D}{k} = \frac{d}{k - l} = \frac{1}{x} = 2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \qquad (3)$$

de la cual se obtiene

$$\frac{D - d}{l} = \frac{1}{x} = 2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \qquad (4)$$

lo cual nos demuestra que el valor de la conicidad de un tronco de cono es igual a la del cono completo, y se obtiene por medio de la fórmula **(D — d) : l** o por el valor más frecuente de **1 : x,** en la que **x** se calculará por la fórmula **x = l : (D — d)**.

El valor de la conicidad, al igual que el de la escala de un dibujo (ver ficha N. 4202, párrafo 2), es un número abstracto, por ser el cociente de dos longitudes (cantidades homogéneas) expresadas con la misma unidad (ver ficha P. G. 2011, párrafo 3).

3.093 Inclinación

Existe una segunda forma de acotar superficies cónicas que consiste en dar la llamada *inclinación* de la generatriz del cono con respecto a su eje. Se define la **inclinación** como la relación $\frac{D}{2}$ **: k** entre el *radio* de la base del cono y su *altura* (fig. 40). Ya vimos en el párrafo 3.092 referente a la conicidad, que esta relación es la tangente trigonométrica del semiángulo $\alpha : 2$ del cono.

Al igual que en la conicidad, podemos escribir que

$$\frac{D}{2} : k = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \qquad (5)$$

de donde se deduce que

$$\frac{D}{2k} = \frac{1}{2k : D} = \frac{1}{2x} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \qquad (6)$$

lo cual nos demuestra que la «conicidad» es el doble de la «inclinación», y también es un número abstracto; el valor de la inclinación es pues *la tangente trigonométrica del ángulo formado por la generatriz del cono con el eje del mismo.*

La inclinación, cuando la superficie sea tronco-cónica tiene, al igual que para la conicidad, el mismo valor que en el cono completo. De la figura 41 se deduce que

$$\frac{D : 2}{k} = \frac{d : 2}{k - l} = \frac{1 : 2}{x} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \qquad (7)$$

de la cual se obtiene

$$\frac{D - d}{2\,l} = \frac{1}{2\,x} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \qquad (8)$$

lo cual nos demuestra que el valor de la inclinación de un tronco de cono se obtiene por medio de la fórmula (**D** — **d**) **: 2 l** o por el valor más frecuente de **1 : 2 x** en la que **x** se calculará por la fórmula **x** = **l** : (**D** — **d**).

Obsérvese que la definición de inclinación de la generatriz de un cono con respecto a su eje, es la misma que dimos para la de la pendiente de una recta con respecto a otra (ver ficha P. G. 2002, párrafo 4),

En los dibujos técnicos se reserva la consignación de la palabra «inclinación», preferentemente para la acotación de superficies cónicas, aun cuando también se emplee para la acotación de una recta inclinada con respecto a otra, o de planos que formen diedro; en estos últimos casos se puede sustituir por la palabra «pendiente», bien expresada en tantos por ciento (°/₀) o bien como la inclinación (1 : x).

3.094 Acotación de la conicidad, adelgazamiento e inclinación

3.0941 La acotación de la conicidad se efectúa escribiendo la palabra «cono» seguida de su valor numérico, y se coloca paralelamente al eje del cono (fig. 42 a).

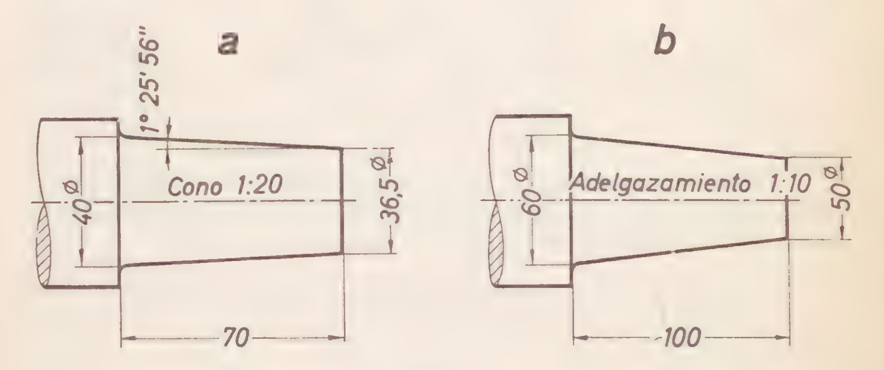


Figura 42

Independientemente de este dato se consignarán también las cotas necesarias que definan la superficie cónica (base y altura en el cono completo, y bases y altura en el tronco de cono).

También puede emplearse la palabra análoga «adelgazamiento», consignándose igual que la conicidad (fig. 42 b).

A fin de facilitar el ajuste en taller de la máquina de mecanizado, se puede acotar además el valor, expresado en unidades sexagesimales, del semiángulo de conicidad (figura 42 a), aun contraviniendo la regla general según la cual se debe evitar un exceso de cotas.

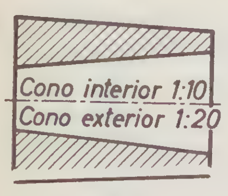


Figura 43

Para la consignación de una doble conicidad, se procederá como en la figura 43.

3.0942 La acotación de la inclinación se efectúa escribiendo dicha palabra seguida de su valor numérico y se coloca *paralelamente a la generatriz* (figura 44 a).

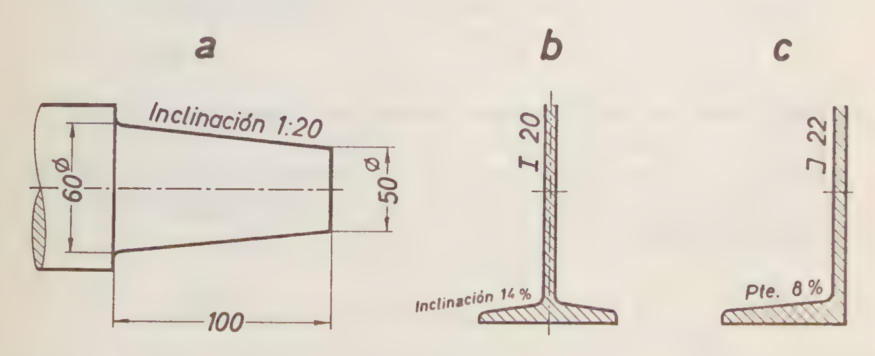


Figura 44

Si se aplica la consignación de la inclinación a rectas o planos, puede ponerse la palabra «inclinación» seguida de su valor en °/o (fig. 44 b), o bien la palabra abreviada «pendiente» (fig. 44 c).

Los ejemplos **b** y **c** corresponden a acotaciones en perfiles laminados de acero (ver fichas N. 4220 y N. 4221).

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Superficies técnicas.
Signos superficiales.

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Superficies técnicas.-Signos superficiales

1. Generalidades

Todo dibujo técnico correctamente representado y acotado, nos sirve para definir sin ambigüedad de ninguna clase, un elemento u objeto determinado en su forma y en sus dimensiones.

Las normas fundamentales de dibujo, tales como las de formatos y escalas (ficha N. 4202), líneas (ficha N. 4002), escritura (ficha N. 4003), disposición de vistas y cortes (ficha N. 4005) y acotaciones (ficha N. 4006), dan indicaciones muy precisas a este respecto, a las que debe atenerse el dibujante o proyectista en su trabajo profesional.

Un dibujo terminado en las condiciones anteriores, define perfectamente la forma del objeto, y por la acotación de sus dimensiones queda a su vez determinado su tamaño. Las cifras de cota representan las dimensiones que ha de tener la pieza cuando esté completamente acabada; todas las cifras de cota consignadas en un dibujo técnico son *medidas nominales*, es decir, son las que *debe tener* la pieza terminada. Las medidas nominales son medidas *ideales* que jamás pueden conseguirse en el proceso de fabricación, ya que físicamente es imposible obtener una medida *exacta* en su sentido matemático; empleando medios de comprobación adecuados, siempre existen diferencias entre la medida nominal y la que realmente tiene la pieza al aceptarse como terminada.

Ante la imposibilidad de conseguir medidas exactas en la fabricación de piezas, se fijan límites de error o diferencias admisibles, dentro de los cuales puede aceptarse como válida la medida real de la pieza fabricada. Mientras más pequeños sean los límites admisibles (mayor precisión de medidas), más costoso es el proceso de fabricación. Estos límites admisibles son las llamadas *tolerancias de fabricación* y su consignación en los dibujos, bien con datos numéricos o con símbolos normalizados, se indican en la ficha N. 4006. Los sistemas de ajustes y tolerancias normalizados se estudian en la ficha N. 4020.

La consignación de tolerancias de fabricación sólo se realiza en los dibujos técnicos en aquellas cotas de mutua dependencia entre dos o más piezas ajustadas, o necesarias para que el elemento dibujado resulte adecuado a su empleo. En todos aquellos casos en que el proceso de fabricación fije límites admisibles a sus diferencias, no es necesario consignar sus tolerancias.

Como resumen de lo expuesto anteriormente, vemos que tan sólo por la acotación y representación correcta de un dibujo técnico, no se tienen indicaciones de los procesos de fabricación ni del estado final de las super-

ficies de la pieza representada. Estas indicaciones son de importancia fundamental en la fabricación y pueden establecerse mediante instrucciones u órdenes de trabajo al taller, que se adjuntan con los planos de la pieza a fabricar.

Este procedimiento puede dar a veces resultados no muy satisfactorios por exceso de documentación escrita al taller, y puede evitarse en muchos casos consignando en los planos de fabricación indicaciones normalizadas del acabado de sus superficies, mediante los llamados ***signos superficiales.***

Estos signos hacen referencia tan sólo al estado final de la superficie, pero no al proceso de fabricación u obtención de la misma, que en muchos casos puede ser deducido por la forma del signo superficial consignado.

La normalización de las superficies técnicas, clases y calidades de las mismas, así como la de los signos superficiales correspondientes a ellas, está realizada en la norma española UNE 1037, fecha 5-51, que seguiremos en esta exposición.

Esta norma presenta gran semejanza, y en muchos aspectos totalmente coincidente, con las normas alemanas DIN 140, hojas 1 a 6, fecha 10.31, y hoja 7, fecha 11-52, en la parte correspondiente a signos superficiales, y con las DIN 4760, fecha 2-52 y DIN 4762 de la misma fecha, en la parte correspondiente a superficies técnicas, de las que recogeremos algunas especificaciones no incluidas en la norma española.

La normalización de signos superficiales se encuentra actualmente en fase de profunda modificación. Una caracterización numérica de la estructura fina superficial se abre camino internacionalmente, siendo necesario adaptar el significado de los signos superficiales a esta caracterización; probablemente los triángulos serán sustituidos por otros símbolos en una futura recomendación internacional en estudio por la organización ISO (ver ficha N. 4001, párrafo 5).

2. Clasificación de las superficies técnicas

Las superficies técnicas que han de presentar una pieza, cuando se considere totalmente terminada, dependen del trabajo a que esté destinado dicha pieza, así como de la apariencia que se desee dar a su terminación.

En líneas generales podemos establecer la siguiente clasificación:

a) Superficies en bruto.
b) Superficies mecanizadas.
c) Superficies tratadas.

2.1 Superficies en bruto

Cuando una superficie pueda conservarse tal como queda después del proceso de fabricación, al laminar, forjar, fundir, cortar a la autógena, etc., se considera que dicha superficie permanece en *bruto.*

Las superficies en bruto *no se consignarán con ningún signo superficial,* salvo cuando precisen un mejor acabado, obtenido procediendo con cierto esmero durante su fabricación, como p. e. afinar en estampa, forjar o fundir cuidadosamente, cortar a la autógena con cuidado, etc.

Cuando la superficie así indicada, en una pieza producida con especial cuidado, tiene defectos imposibles de evitar, pero inadmisibles, se deberán eliminar por un repasado a lima, muela, etc. No se incluye en este caso la limpieza de las rebabas en piezas fundidas que deberán eliminarse obligatoriamente en el mismo taller de fundición.

2.2 Superficies mecanizadas

Para obtener una mejor calidad en las superficies, que la conseguida por los simples tratamientos anteriores, se precisa un mecanizado posterior.

Este mecanizado puede efectuarse de las siguientes maneras:

a) Mecanizado con separación de virutas como el obtenido en las operaciones de torneado, fresado, amolado, limado, etc., y

b) Mecanizado especial tal como esmerilar, rasquetear, rasquetear con piedra, pulir, etc., mediante el cual la superficie producida por el tratamiento inicial o por mecanizado con separación de virutas recibe una mejora de calidad, o propiedades especiales.

2.3 Superficies trazadas

Las superficies obtenidas sin o con separación de virutas, o también por mecanizado especial, detalladas en los párrafos 2.1 y 2.2 y que además precisen tener una apariencia externa o propiedades particulares. habrán de ser sometidas a un nuevo tratamiento especial, tal como p. e. niquelar, pintar, decapar, templar, etc. Al final de este nuevo tratamiento la superficie se considera como *superficie tratada.*

3. Calidades de las superficies técnicas

Independientemente de las propiedades externas que presentan las superficies en bruto, mecanizadas o tratadas, debida a su proceso de fabricación, deben ser consideradas las superficies por su estado de *uniformidad* y *alisado* con que se distingue la calidad de las mismas.

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Superficies técnicas.-Signos superficiales

(continuación)

(continúa párrafo 3, hoja 1).

Las superficies exteriores de las piezas se conciben idealmente al proyectarlas, como superficies geométricas planas, cilíndricas, cónicas, esféricas, tóricas, etc. La realización material de las mismas con procesos adecuados trata de aproximarse en mayor o menor grado a estas superficies ideales, sin llegar jamás a conseguirlo, ya que en los procesos de fabricación y mecanizado o tratamientos posteriores, intervienen herramientas que dejan huellas más o menos apreciables; están pueden ser detectadas bien a simple vista, por procedimientos ópticos de ampliación, o al tacto.

Estas irregularidades, siempre existentes, presentan formas de rugosidades u ondulaciones distribuidas regularmente sobre toda la superficie, o bien defectos localizados en algunas partes aisladas de la misma.

3.1 Uniformidad

Cuando las irregularidades presentan forma de rugosidades y se encuentran distribuidas de una forma regular en la total extensión de los planos, cilindros, etc., que limitan superficialmente una pieza, se dice que existe *uniformidad* en la misma. Las mayores o menores desviaciones de su forma geométrica, admisibles, dan el *grado de uniformidad* de dicha superficie.

3.2 Alisado

Cuando las irregularidades presentan forma de ondulaciones distribuidas de una forma regular en la total extensión de los planos, cilindros, etc., que limitan la superficie de una pieza, se dice que existe *alisado* en la misma. Las mayores o menores desviaciones de su forma geométrica, admisibles, dan el *grado de alisado* de dicha superficie.

3.3 Representación gráfica de las calidades superficiales

La representación gráfica de superficies de diferente calidad, teniendo en cuenta simultáneamente sus diferentes grados de uniformidad y alisado, se efectúa en la forma que a continuación se detalla:

Representación gráfica de superficies de diferente calidad	Grado de uniformidad	Grado de alisado
	deficiente	deficiente
	bueno	deficiente
	deficiente	bueno
	bueno	bueno

4. Irregularidades superficiales

Ya hemos indicado anteriormente en el párrafo 1 de esta ficha, la imposibilidad material que existe de conseguir en la construcción de cualquier elemento, la coincidencia de sus longitudes con las marcadas por las cifras de cotas que figuran en el plano de construcción.

La técnica tiene que admitir esta realidad, y por ello jamás se debe hablar de medidas «exactas» en el sentido matemático de la palabra, sino que distingue especialmente las llamadas «medidas nominales», que son las consignadas en el dibujo como base de expresión, o sea como medidas ideales a las cuales debemos aproximarnos, y las «medidas reales» que son las que tiene la pieza después de terminada y que tampoco podemos precisar con exactitud por los inevitables errores de medida.

Como siempre habrá discrepancia entre las medidas nominales y las reales, es preciso establecer unos límites adecuados a estas diferencias que, de una forma racional, permita distinguir en la fabricación si una medida determinada puede ser aceptada o rechazada.

Igualmente hemos visto que esto ocurre también en la realización material de las superficies que limitan los elementos o piezas industriales. Jamás podemos decir que una superficie es parcial o totalmente plana, cilíndrica, esférica, etc., sino que aparentemente se aproxima a dicha superficie ideal. Los procesos de fabricación (laminado, fundición, forja, etc.) y los de mecanización (torneado, fresado, cepillado, limado, pulido, etc.), tratan de aproximar las superficies a su forma ideal, sin llegar nunca a conseguirlo. La técnica, al igual que ocurre con las longitudes, tiene que admitir esta realidad y aceptar las discrepancias entre las superficies ideales geométricas y las reales que tiene la pieza cuando se considere terminada.

A fin de poder establecer un sistema por el que se pueda deducir cuándo las irregularidades superficiales son o no admisibles, se establece la

siguiente clasificación que permite expresar con cifras los límites de error dentro de los cuales puedan considerarse como válidas las superficies terminadas.

4.1 Rugosidades

Las rugosidades son irregularidades de paso en las superficies mecanizadas, debidas a la acción cortante de los dientes de las herramientas, a los gránulos abrasibos de las muelas y al avance del instrumento cortante. En muchos casos la rugosidad puede ir superpuesta a una ondulación superficial.

La rugosidad producida de una manera uniforme se mide por el paso medio entre dos crestas consecutivas, y por la altura media de dichas crestas. La unidad de medida es la micra (μ) o milésima de milímetro ($1\ \mu = 0{,}001$ mm.).

4.2 Ondulaciones

Las ondulaciones son irregularidades más espaciadas que las rugosidades. Son producidas generalmente por flexión de la pieza o de la máquina-herramienta, por vibraciones de la cuchilla de corte durante el proceso de mecanizado, etc.; también pueden producirse por distorsiones o tensiones que suelen surgir en los tratamientos térmicos u otras causas.

La ondulación, al igual que la rugosidad, se suele producir de una forma uniforme y a su vez se mide por el paso medio entre dos ondas consecutivas y por la altura media entre dichas ondas. La unidad de medida es también la micra o milésima de milímetro, siendo en general los valores numéricos de las ondulaciones, superiores a los de las rugosidades.

4.3 Defectos

Los defectos son irregularidades que se producen en determinados puntos, o a intervalos relativamente largos, sin que se repitan regularmente. Pueden ser producidos por pequeños astillados, o por formación de poros, grietas, etc.

Estos defectos, hasta ciertos puntos imprevisibles, no pueden ser expresados en general en forma numérica. En las instrucciones de revisión se fijan criterios que deben seguirse para la aceptación o rechazo de la pieza con defectos.

5. Signos superficiales

Los signos superficiales que se detallan a continuación, y que las oficinas de estudios y proyectos deberán emplear en los dibujos, indican fundamentalmente la clase de superficie, no teniendo relación alguna con el proceso de mecanizado que haya de utilizarse en taller.

5.1 Signos para superficies en bruto

Ya hemos indicado en el párrofo 2.1, hoja 1, de esta ficha que se considera una superficie en bruto, cuando ésta pueda conservarse tal como queda después del proceso de fabricación sin mecanizado posterior. Ha de presentar una uniformidad y alisado superficial como los que se consiguen mediante los procedimientos usuales, sin levantar virutas, tales como laminar forjar, estirar, prensar, cortar a la autógena, fundir, etc.

La pieza se proyecta sin demasías para mecanizadc, y en el dibujo *no se consigna signo alguno de mecanizado.*

La altura media de la rugosidad, medida en una sección perpendicular a la misma, ha de ser superior a 63 micras.

5.12 Si las superficies en bruto precisan un mejor acabado, con sólo una uniformidad y alisado superficial, como se consiguen mediante los procedimientos usuales sin levantar virutas, tales como laminar, forjar, estirar, prensar, cortar a la autógena, fundir, etc., realizados todos ellos cuidadosamente, se utiliza el signo superficial de *aproximado* (fig. 1). La pieza se proyecta sin demasías para el mecanizado.

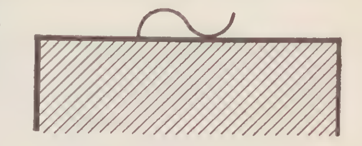


Figura 1

La altura media de la rugosidad, medida en una sección perpendicular a la misma, ha de estar comprendida entre 25 y 63 micras.

5.2 Signos para superficies mecanizadas

Las superficies mecanizadas deben proyectarse con demasías para el mecanizado.

5.21 Para toda superficie que presente una uniformidad y alisado superficial como se consiguen mediante uno o más desbastados con levantamiento de virutas, y en las que las marcas producidas por el mecanizado pueden ser apreciadas claramente al tacto o a simple vista, llevarán el signo superficial de *un triángulo equilátero* con su vértice en la superficie mecanizada (fig. 2).

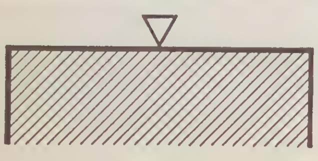


Figura 2

La altura media de la rugosidad, medida en una sección perpendicular a la misma, ha de estar comprendida entre 10 y 25 micras.

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Superficies técnicas.-Signos superficiales

(continuación)

(continúa párrafo 5.21, hoja 2)

Como orientación, indicamos que estas superficies pueden obtenerse por los siguientes procesos de mecanizado:

a) Taladrado.-Basto.
b) Cepillado.-Desbastado.
c) Torneado.-Desbastado.

5.22 Para toda superficie que presente una uniformidad y alisado superficial, como se consiguen mediante uno o más alisados con levantamiento de virutas, y en las que las marcas producidas por el mecanizado pueden ser apreciadas con dificultad a simple vista, llevarán el signo superficial de *dos triángulos equiláteros consecutivos* con sus vértices en la superficie mecanizada (fig. 3).



Figura 3

La altura media de la rugosidad, medida en una sección perpendicular a la misma, ha de estar comprendida entre 1,6 y 10 micras.

Como orientación, indicaremos que estas superficies pueden obtenerse por los siguientes procesos de mecanizado:

a) Rectificado.-Desbastado.
b) Brochado.-Común.
c) Mandrilado.-Común.
d) Taladrado.-Medio.
e) Fresado.-Desbastado.
f) Cepillado.-Acabado.
g) Torneado.-Acabado común.

5.23 Para toda superficie que presente una uniformidad y alisado superficial, como se consiguen mediante uno o más alisados cuidadosos, y en las que las marcas no deben ser ya visibles a simple vista, llevarán el signo superficial de *tres triángulos equiláteros consecutivos*, con sus vértices en la superficie mecanizada (figura 4).

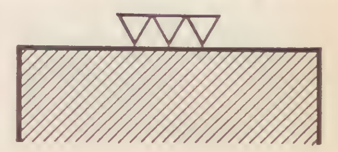


Figura 4

La altura media de la rugosidad,

medida en una sección perpendicular a la misma, ha de estar comprendida entre 0,16 y 1,6 micras.

Como orientación, indicaremos que estas superficies pueden obtenerse por los siguientes procesos de mecanizado:

a) Lapeado.-Común.
b) Rectificado.-Acabado.
c) Brochado.-Fino.
d) Mandrilado.-Fino.
e) Fresado.-Acabado.
f) Torneado.-Acabado finísimo.

5.24 Toda superficie que presente una uniformidad y alisado superficial, conseguido mediante uno o más alisados por procedimientos de superacabado, sin ser las marcas en absoluto visibles a simple vista, llevarán el signo superficial de *cuatro triángulos equiláteros consecutivos*, con sus vértices en la superficie mecanizada (figura 5).

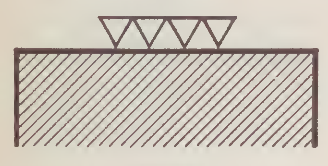


Figura 5

La altura media de la rugosidad, medida en una sección perpendicular a la misma, ha de estar comprendida entre 0 y 0,16 micras.

Como orientación, indicaremos que estas superficies pueden obtenerse por los siguientes procesos de mecanizado:

a) Super-acabado.-Fino.
b) Lapeado.-Fino.

5.25 Los signos superficiales para superficies mecanizadas no dan indicación alguna respecto a la magnitud de la demasía, la cual deberá darse especialmente en instrucciones o normas de taller.

6. Signos superficiales para mecanizado especial

Ya hemos visto en el párrafo 2.2, hoja 1, de esta ficha, que se consideran como mecanizado especial aquellas operaciones tales como esmerilar, rasquetear con piedra, pulir, etc., mediante las cuales la superficie producida por el tratamiento inicial o por mecanizado con separación de virutas, recibe una nueva mejora de calidad, o propiedades especiales.

La consignación gráfica de este mecanizado especial se hace mediante líneas de referencias e indicaciones escritas del proceso especial de mecanizado.

6.1 Líneas de referencia para mecanizado especial

La línea de referencia para mecanizado especial se representa como se indica en la figura 6, por un ángulo de 60° cuyos lados forman ángulos de 30° con la normal a la superficie en el punto donde se consigne. Uno de los lados es corto, del tamaño del lado de los triángulos equiláteros para signos de mecanizado (ver párrafos 5.21 a 5.24, hojas 2 y 3, de esta ficha); el otro es de longitud suficiente para que la indicación escrita sea legible, y sin interferencia con líneas del dibujo. El signo se termina con una línea recta *siempre paralela al borde inferior del dibujo*, sobre la cual se coloca la indicación escrita; la longitud de esta línea será la del texto que se consigne. El grueso de líneas es el de las líneas de referencia del dibujo (ver ficha N. 4002, hoja 2, párrafo 3.2, y ficha N. 4006, hoja 2, párrafo 3.02).

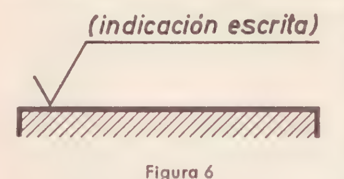
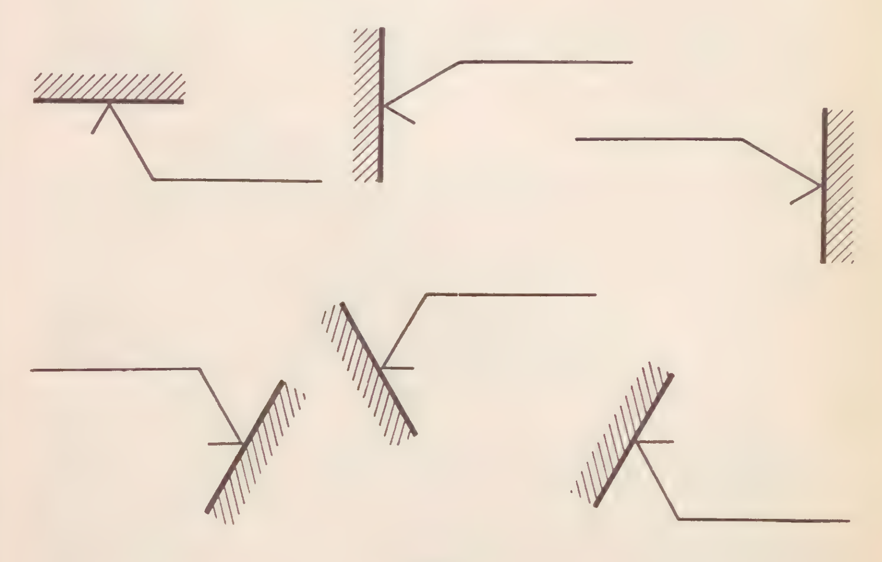


Figura 6


Figura 7

En la figura 7, representamos líneas de referencia para mecanizado especial en diversas posiciones de la superficie a consignar, que pueden servir de orientación para todos los casos que se presenten en la práctica. Obsérvese que en todas las figuras se han seguido las reglas dadas anteriormente.

6.2 Indicaciones escritas para mecanizado especial

Las indicaciones escritas referentes a la calidad de la superficie obtenida por mecanizado especial, se harán siempre de forma que puedan leerse en la posición principal del plano y encima de la línea de referencia, según hemos visto en el párrafo anterior.

Se empleará letra cursiva normalizada (ver ficha N. 4003), y del tamaño adecuado para que sean perfectamente legibles.

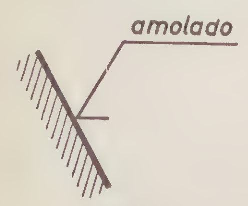


Figura 8

6.21 En los dibujos, de acuerdo con las indicaciones correspondientes en las normas, se indicará el estado final de la superficie mecanizada, y no la operación de efectuarla; así p. e. en la figura 8 se consignará la palabra «amolado» y no la de «amolar».

6.22 También se indicará el carácter superficial en aquellos casos en los cuales la calidad superficial especificada, como p. e. con el «rasqueteado» (figura 9), no pueda ser producida más que mediante un solo proceso de fabricación.

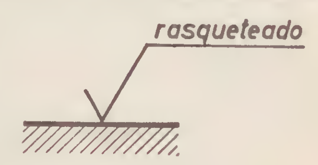


Figura 9

6.23 Igualmente, una indicación escrita puede complementar a un signo superficial de mecanizado, como se indica en la figura 10, en la que se representa una pieza cilíndrica con el signo de mecanizado correspondiente a una operación de torneado con acabado finísimo (ver párrafo 5.23, de esta ficha) a la cual sigue un esmerilado final.

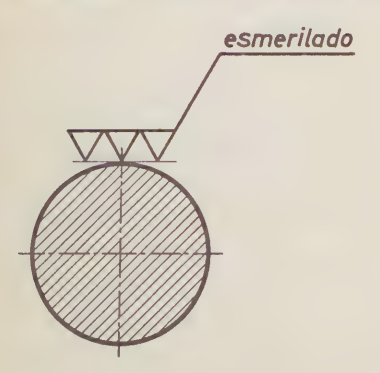


Figura 10

La indicación escrita de «esmerilado», por la cual el proyectista está acostumbrado a representarse una determinada calidad superficial, se consignará siempre que se desee conseguir una superficie de esta naturaleza, independientemente del proceso o dispositivos empleados en taller para conseguirlo, que incluso puede ser diferente de la operación de esmerilar, ya que, repetimos, las referencias escritas lo son de las calidades superficiales y no de los procesos empleados para obtenerlas.

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Superficies técnicas.-Signos superficiales

(continuación)

7. Signos superficiales para superficies tratadas

Ya hemos indicado en el párrafo 2.3, hoja 1, de esta ficha, que se considera una superficie «tratada» cuando después de obtenida ésta por mecanizado sin o con levantamiento de virutas o por mecanizado especial, precise además tener una apariencia externa o propiedades particulares (embellecimiento o protección contra la corrosión, dureza, etc.), por lo que habrán de ser sometidas a un nuevo tratamiento especial tal como p. e. niquelar, pintar, templar, etc.

Los signos superficiales para superficies tratadas, son los mismos que los estudiados en el párrafo 6 de esta ficha para superficies con mecanizado especial, sustituyendo la referencia del mecanizado por la del tratamiento correspondiente.

7.1 No se especificarán separadamente los mecanizados o tratamientos especiales que necesariamente tienen que preceder o seguir a la producción del estado final caracterizado por la indicación escrita.

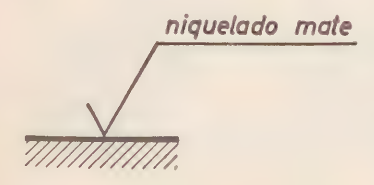


Figura 11

Por ejemplo, en el caso de superficie representada en la fig. 11, que haya de ser niquelada, no necesita especificarse en la indicación escrita el desengrasado, decapado, etc. que preceden al niquelado, ni el lavado, secado, etc. que le siguen.

7.2 Tampoco debe indicarse en las indicaciones escritas el proceso de tratamiento, al igual que vimos se hace con los de mecanizado, ya que la indicación escrita es de calidad superficial y no de su proceso de obtención.

En la figura 12, tenemos un ejemplo de superficie pintada, en la que se especifica el color de la misma, pero no el proceso de pintado, que puede ser a brocha, por aire comprimido, inmersión, etc.



Figura 12

7.3 Por el contrario, si un tratamiento preliminar conveniente no se deduce necesariamente del estado final de la superficie caracterizado por la indicación escrita, se hace necesario el especificar al lado de ésta el tratamiento preliminar. Si por ejemplo (fig. 13), una superficie ha de ser enmasillada y pintada en color blanco, no basta la indicación de «pintado de blanco», porque al pintado no precede siempre el enmasillado. En este caso han de darse ambas indicaciones, es decir, «enmasillado y pintado de blanco».

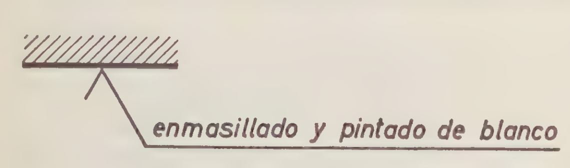


Figura 13

7.4 Si las superficies tratadas representadas en un dibujo técnico no tuviesen el tratamiento en la totalidad de la misma, sino tan sólo en una parte de ella, como suele ocurrir en los tratamientos térmicos, de rectificado, etc., habrá de indicarse claramente mediante una acotación adecuada, las zonas sometidas a dicho tratamiento.

En los ejemplos característicos de aplicación de signos superficiales que expondremos posteriormente, haremos aplicación de estos casos.

8. Anotación de los signos superficiales en los dibujos técnicos

Vamos a indicar en este párrafo la forma correcta de anotación en los dibujos técnicos de los signos superficiales estudiados en los párrafos 5, 6 y 7 de esta ficha.

Previamente observaremos que no hemos hecho mención al tamaño del signo superficial, sino tan sólo a la forma de éste, que en todos los casos estudiados se deduce de la forma básica de un triángulo equilátero (ver ficha P. G. 2201, párrafo 4).

Las dimensiones de los signos superficiales no se especifican en las normas y quedan pues a criterio del dibujante. Puede adoptarse como altura

de los triángulos equiláteros la misma altura nominal que la de las cifras de cotas, salvo el caso de que el signo superficial sea igual en toda la pieza, en cuyo caso se destaca a mayor tamaño junto a la marca de la misma.

El espesor de líneas en los signos superficiales y en las líneas de referencia en las indicaciones escritas, es el de las líneas de cota y referencia del dibujo (ver ficha N. 4002, hoja 2, párrafo 3.2, en hoja. 3, párrafo 3.4 y en ficha N. 4006, hoja 2, párrafo 3.02).

Los signos superficiales, cuando la altura nominal de las cifras es pequeña, pueden hacerse a mano alzada con la plumilla, siempre que previamente se hagan algunos ejercicios para acostumbrar la vista a la forma

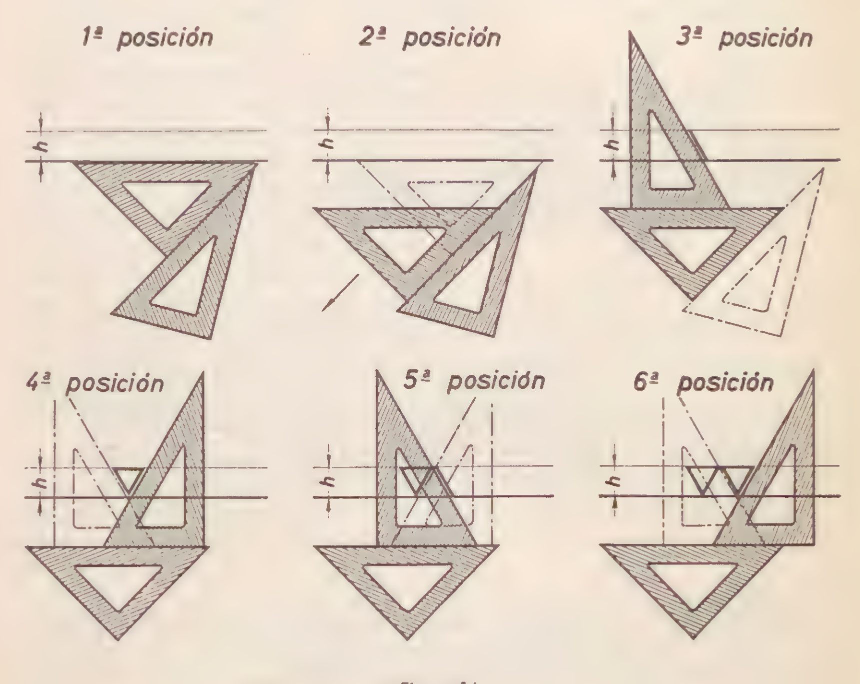


Figura 14

de triángulo equilátero; es conveniente fijar la altura de dichos triángulos por medio de una paralela a la superficie a acotar, hecha a lápiz y con las escuadras.

Si la altura nominal es relativamente grande (mayor de 2.5 mm), o si se desea una mejor presentación, es conveniente dibujar los signos superficiales a lápiz con la escuadra y el cartabón.

Fijada la altura nominal **h** y trazada previamente una paralela a la superficie a la distancia **h**, es muy práctico y rápido utilizar la escuadra y el cartabón con los movimientos y secuencias que se indican en la figura 14; en ella representamos gráficamente la forma de dibujar el signo de mecanizado de dos triángulos, cuyo proceso puede ampliarse para tres o cuatro triángulos, o reducirse para uno sólo o para indicaciones escritas.

A continuación exponemos los distintos casos que suelen presentarse en la práctica, para la anotación de los signos superficiales en los dibujos técnicos.

8.1 En cada superficie a mecanizar se consignará el signo superficial correspondiente. Los vértices de los triángulos deberán estar sobre las líneas que limitan la superficie a mecanizar (plana o curva) y dichos triángulos se dibujarán en el espacio exterior del cuerpo y no en el interior. Si faltase sitio para la colocación del signo, puede éste sacarse fuera del contorno mediante una línea de referencia y se sigue la misma regla de colocación como si el signo estuviese en la superficie. En la figura 15 presentamos un ejemplo muy general de acotación de signos superficiales.

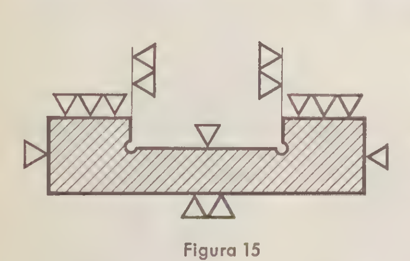


Figura 15

8.2 En las piezas torneadas, se colocará el signo de mecanizado en una de las generatrices del cilindro, estén éstas representadas en corte o en proyección (fig. 16).

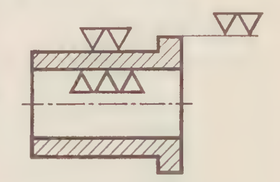


Figura 16

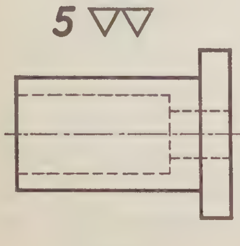


Figura 17

8.3 Cuando la pieza tenga el mismo mecanizado en todas sus superficies, no es necesario consignar repetidamente en cada una de ellas el signo correspondiente.

Se simplifica la representación colocando el signo único de mecanizado junto a la pieza o marca de la misma; dicho signo se dibujará de mayor tamaño que de ordinario (fig. 17).

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Superficies técnicas.-Signos superficiales

(continuación)

8.4 Si entre las superficies predominan las de una calidad determinada, podrá indicarse el signo correspondiente al lado de la pieza o de su marca, indicando además a su lado y entre paréntesis, el signo superficial que forma excepción. En las líneas correspondientes bastará indicar el signo de mecanizado excepcional (fig. 18). Se procederá de la misma forma si son dos las calidades superficiales que difieren de la mayoría.

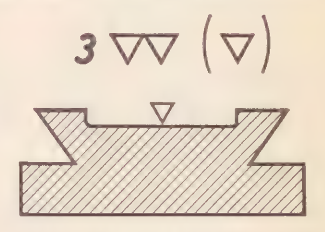
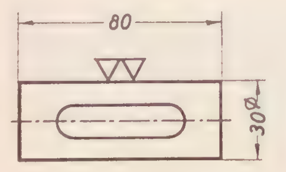


Figura 18



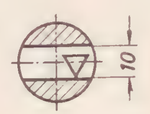


Figura 19

8.5 En piezas representadas en dos o más vistas o cortes, se colocará el signo de mecanizado en aquella vista en que esté acotada la superficie que se desea consignar (fig. 19).

8.6 Si en un conjunto aparecen dos piezas contiguas que tengan una superficie en contacto con el mismo mecanizado en ambas superficies, se consignará el signo de mecanizado correspondiente, una sola vez, prolongando el contorno superficial en contacto, mediante una línea fina de referencia (fig. 20).

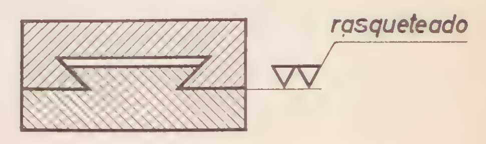


Figura 20

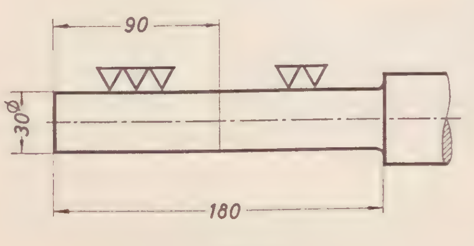


Figura 21

8.7 Si en una superficie de una pieza lleva distinto tratamiento o mecanizado en diferentes partes de la misma, se colocará el signo correspondiente en coda zona distinta, acotando con claridad la extensión de cada una de ellas (fig. 21).

8.8 Para indicar la calidad de los flancos de los dientes en ruedas dentadas, cuando éstas están representadas convencionalmente (ver ficha N 4002, hoja 4, párrafo 4.4) * se colocan los signos superficiales en la circunferencia primitiva, bien en su vista principal o en la lateral derecha, que suele representarse en corte (ver ficha N. 4005, hojas 1 y 2). Un ejemplo de esta forma de colocar los signos superficiales lo tenemos en la fig. 22.

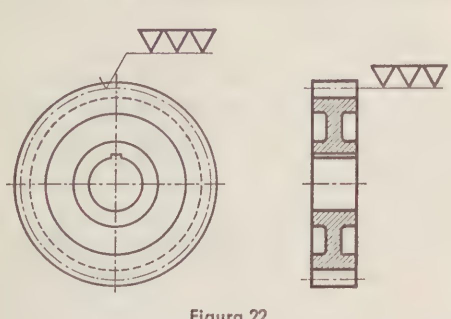
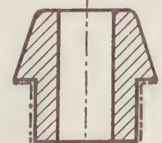


Figura 22

Si el tamaño de la representación es pequeño, podrá hacerse la inscripción mediante una línea de referencia.

8.9 Si una pieza cerámica, en la que la mayor parte de sus superficies deban sufrir el mismo tratamiento, algunas no han de sufrirlo, podrán caracterizarse mediante líneas de trazo y punto, haciendo la aclaración correspondiente al lado de la figura o marca (fig. 23).



3 vidriado con excepción de las partes marcadas

Figura 23

Observación.-La norma alemana DIN 140, hoja 4, de fecha 10-31, ha sido ligeramente modificada en fecha 8-53. La anotación del signo superficial indicada en el anterior párrafo 8.9, incluída en la norma española y en la alemana de fecha 10-31, ha sido suprimida en esta última en la de fecha 8-53, ya que en la DIN 140, hoja 7, de fecha 11-52 se estudian especialmente las calidades, signos superficiales e indicaciones escritas, en piezas cerámicas industriales y que no incluímos en nuestra exposición.

9. Ejemplos característicos de aplicación de signos superficiales

Como resumen de todo lo expuesto en esta ficha, referente a signos superficiales, la norma española UNE 1037, hace una extensa aplicación de ellos a una serie de ejemplos característicos. Dichos ejemplos son casi los mismos que los de la norma análoga alemana DIN 140, hoja 5, ampliados con los correspondientes a tratamientos parciales de superficies (ejemplos 9.01 a 9.20).

---

* Los signos convencionales para ruedas dentadas están normalizados en la norma española UNE 1044 y en la análoga alemana DIN 37 ver ficha N. 4011).

9.01 Superficie cilíndrica uniforme y lisa, obtenida por un proceso de estirado brillante (fig. 24).

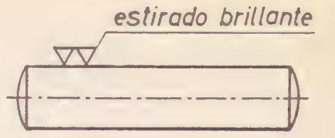


Figura 24

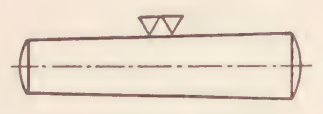


Figura 25

9.02 Superficie cilíndrica uniforme y lisa, obtenida por torneado o amolado fino (figura 25).

9.03 Superficie especialmente exacta, uniforme y lisa, obtenida por torneado o amolado muy fino (fig. 26).

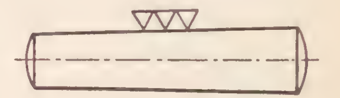


Figura 26

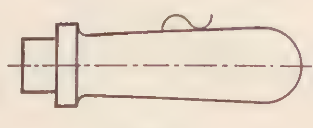


Figura 27

9.04 Superficie sin grandes irregularidades, obtenida por fundición templada realizada cuidadosamente, y que en caso necesario puede ser mecanizada (fig. 27).

9.05 Superficie lisa a la que no se exige especial uniformidad, obtenida por estampado y forjado liso (fig. 28).

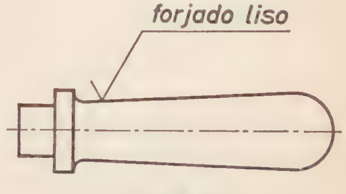


Figura 28

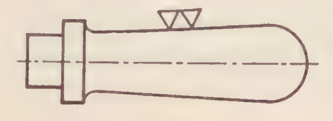


Figura 29

9.06 Superficie uniforme y lisa, como la que se obtiene al tornear (afinar) la pieza forjada o el macizo (fig. 29).

9.07 Superficie uniforme y pulida, como la obtenida, igual que la anterior, al tornear (afinar) la pieza forjada o el macizo, seguida de un pulimento final (fig. 30).

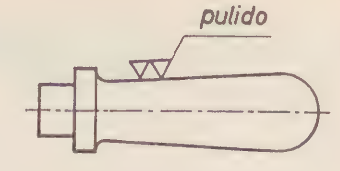


Figura 30

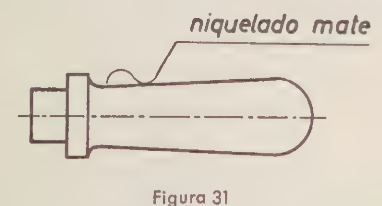


Figura 31

9.08 Superficie que no exige especial uniformidad y con tratamiento posterior de niquelado mate, obtenido por estampado y forja lisa (fig. 31).

9.09 Superficies de una pieza con uniforme mecanizado en todas sus caras cilíndricas y planas. Todas ellas pueden obtenerse por torneado, seguido de un amolado fino en la superficie cilíndrica exterior y las laterales, y de un escariado la cilíndrica interior (figura 32).

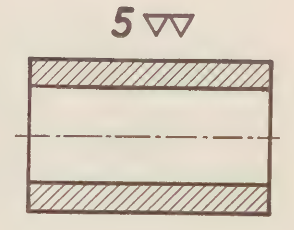


Figura 32

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

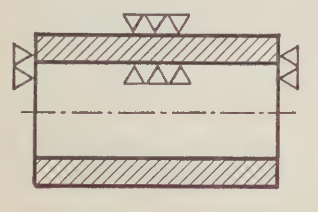


Figura 33

9.10 Superficies cilíndricas especialmente uniformes y lisas, con excepción de las caras laterales que sólo hay que afinar. Pueden obtenerse por torneado y amolado o escariado muy fino de las caras cilíndricas (figura 33).

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Superficies técnicas.-Signos superficiales

(continuación)

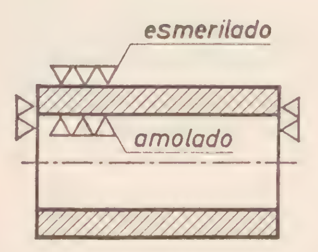


Figura 34

9.11 Superficies análogas a las del ejemplo anterior, en las que debe ser esmerilada la superficie cilíndrica exterior, y rasqueteada o amolada la interior, después del torneado muy fino de ellas (figura 34).

9.12 Superficies de una rueda dentada que debe tener los flancos de los dientes sin grandes irregularidades, el agujero interior liso, y las demás superficies en bruto. Puede obtenerse por fundición, con limado o amolado de las irregularidades de los dientes, y en caso necesario con torneado o escariado fino del agujero (fig. 35).

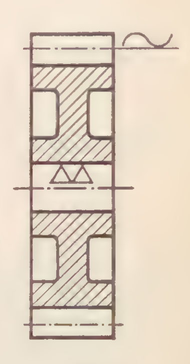


Figura 35

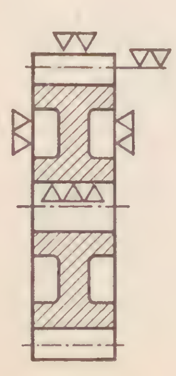


Figura 36

9.13 Superficies de una rueda dentada análoga a la anterior, que debe tener el agujero cilíndrico con exactitud y especialmente liso; las demás superficies afinanas y los rebajos en bruto (sin signo superficial). Puede ser obtenida por fundición o prensa, con excepción de los rebajos; afinado de todas sus superficies y afinado o escariado cuidadosamente del agujero (fig. 36).

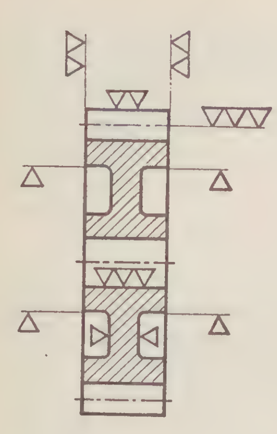


Figura 37

9.14 Superficies de una rueda dentada análoga a la anterior con todas sus superficies mecanizadas; los flancos de los dientes y el agujero han de ser especialmente lisos. Esta pieza puede obtenerse por torneado de todas las superficies, desbastado de los rebajos y afinado o escariado cuidadosamente de las restantes superficies, excepto las de los flancos de los dientes que deberán amolarse (fig. 37).

9.15 Superficies de una rueda dentada de mejor terminación que la anterior, ya que los flancos de los dientes deberán someterse a un procedimiento posterior de superacabado. Esta pieza puede obtenerse por los mismos procesos del ejemplo anterior con superacabado especial de los flancos de los dientes (fig. 38).*

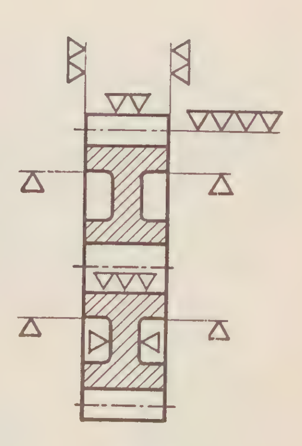
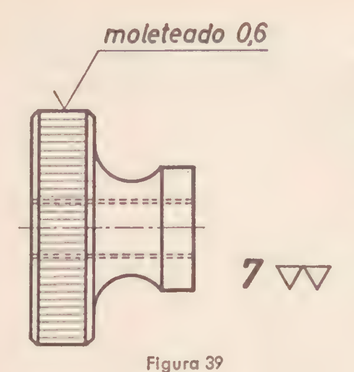


Figura 38

* Este ejemplo de la norma UNE 1037 no está incluído en la DIN 140, hoja 6.



9.16 Pieza con mecanizado uniforme de todas sus superficies, excepto el asidero que ha de ir moleteado. Puede obtenerse por torneado fino de todas sus superficies, excepto el asidero que ha de llevar determinada rugosidad mediante el moleteado paralelo DIN 82 de paso 0,6 mm (fig. 39).

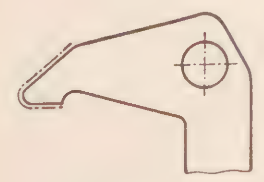
Figura 39

18 esmaltado de blanco

9.17 Superficies lisas esmaltadas de blanco, obtenidas por embutición de la chapa, limpieza de las superficies (decapado y secado) y esmaltado final (figura 40).



Figura 40



9.18* Superficies sometidas a un tratamiento complementario especial y que no precisen acotación, ya que sus límites quedan definidos en el dibujo. Se contornearán con linea de trazo y punto del espesor de las de contornos y líneas vistas (figura 41).

Figura 41

9.19 Superficies sometidas a un tratamiento especial complementario, y cuyos límites no quedan definidos por el dibujo. Se representarán igual que el anterior, complementado con las cotas de situación (fig. 42).

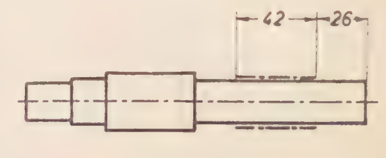
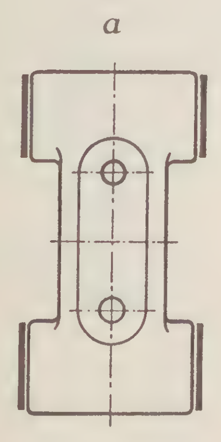


Figura 42

* Este ejemplo y los siguientes sólo se incluyen en la norma UNE 1037.

9.20 Superficies con precisión cuya ejecución ha de ser verificada, como p. e. las piezas estampadas con superficies particularmente exactas. Se destacarán dibujando junto a su contorno una línea gruesa continua de espesor doble del de las líneas de contorno y vistas (fig. 43 a).



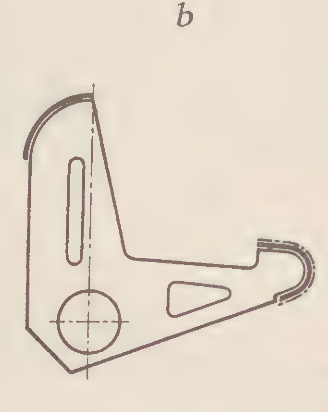


Figura 43

Si la pieza tiene superficies sometidas a tratamiento complementario, cuya cualidad se representa según lo expresado en el párrafo 9.17, y ha de ser verificada en dicha superficie tratada, se superpondrán las dos indicaciones (fig. 43 b).

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Signos convencionales para ruedas dentadas.

Enero 1968

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Signos convencionales para ruedas dentadas

1. Generalidades

La transformación de un movimiento circular continuo en otro análogo consiste en esencia en transmitir el movimiento de rotación o giro que posea un eje, a otro eje distinto del anterior.

Esto puede conseguirse mediante la colocación en ambos ejes de giro, de órganos adecuados llamados en general *ruedas*. Si por ejemplo, tenemos dos ejes paralelos relativamente cercanos y colocamos una polea en cada uno de ellos, de tal forma que queden en contacto sus superficies cilíndricas exteriores, al girar uno de los ejes transmitirá su movimiento de rotación al otro, siempre y cuando exista el rozamiento necesario para que no haya deslizamiento de una rueda sobre la otra.

Este mecanismo se conoce con el nombre de *ruedas de fricción*, y se aplica en aquellos casos en que la potencia a transmitir sea pequeña, ya que esta transmisión se hace exclusivamente por rozamiento, lo cual requiere que las superficies en contacto tengan cierta rugosidad y exista al mismo tiempo una determinada presión entre dichas superficies cilíndricas en contacto. A la rueda que transmite el movimiento se la llama *rueda conductora*, y a la que lo recibe *rueda conducida*; la relación de velocidades de ambas ruedas es función de las dimensiones de sus diámetros respectivos.

Cuando la potencia a transmitir sea tal que resulte inadecuada la transmisión por rozamiento, por producirse deslizamiento de la rueda conductora sobre la conducida, se sustituyen las ruedas de fricción por otras que tienen tallados adecuadamente unos entrantes y salientes de tal forma que al girar una de ellas cada entrante de ésta se corresponde siempre con un saliente de la otra. A ambas ruedas talladas se las llaman independientemente *ruedas dentadas*, y el conjunto de ellas forma lo que se llama un *engranaje*. Los salientes de cada rueda son los *dientes* de la misma, tienen igual forma todos ellos y están distribuidos uniformemente sobre dicha rueda; los entrantes son los llamados *huecos de dientes* y también son todos de igual forma y distribución uniforme.

2. Clasificación de los engranajes

La clasificación de los engranajes puede hacerse considerando la posición relativa de los ejes de las ruedas dentadas conductora y conducida, y teniendo en cuenta a su vez la forma de los dientes.

Las posiciones relativas de los ejes de las ruedas son las mismas que pueden tener dos rectas en el espacio; éstas son las siguientes:

1) Ejes paralelos.

2) Ejes que se cortan { 2a oblícuamente; 2b perpendicularmente }

3) Ejes que se cruzan { 3a oblícuamente; 3b perpendicularmente }

Las superficies que limitan los contornos de un engranaje en general, reciben las denominaciones siguientes:

1) Superficie primitiva.
2) Superficie de cabeza de diente.
3) Superficie de pie de diente.
4) Superficie de flanco de diente.

2.1 Se llaman *superficies primitivas* de un engranaje, a aquellas superficies ideales con que podrían sustituirse teóricamente las ruedas dentadas por ruedas de fricción *con la misma relación de velocidades.* Las superficies primitivas son *cilíndricas* en los engranajes de ejes paralelos, *cónicas* en los de ejes que se cortan y *paraboloides de revolución* en los que se cruzan. En dichos engranajes se consideran fundamentalmente, para su estudio cinemático, ***cilindros, conos y paraboloides primitivos,*** que están situados siempre en la zona interior de los dientes.

En un engranaje de ejes paralelos puede darse el caso de que una de las ruedas tenga su radio infinitamente grande, transformándose la superficie cilíndrica primitiva en un plano, que a su vez se llama *plano primitivo;* a la rueda de radio infinito se la llama *cremallera* y ésta queda limitada por un número finito de dientes.

2.2 Se llaman *superficies de cabeza de dientes,* a las que limitan *exteriormente* los dientes de las ruedas dentadas. Son *cilíndricas* en los engranajes de ejes paralelos o cruzados, y *cónicas* en los engranajes de ejes que se cortan. En los engranajes de ejes cruzados perpendicularmente (rueda y tornillo sin fin), dichas superficies de cabeza en la rueda, pueden ser también *superficies tóricas.*

2.3 Se llaman *superficies de pie de diente,* a las que limitan *interiormente* los huecos de los dientes de las ruedas dentadas. Dichas superficies son siempre de igual forma que las de cabeza de diente.

2.4 Se llaman *superficies de flanco de diente,* a las que limitan *lateralmente* los dientes de las ruedas dentadas. Dependen de la forma del diente, pudiendo ser en el caso de ejes paralelos, *superficies cilíndricas o helicoidales;* en el caso

de ejes que se cortan, *superficias cónicas o helicoidales*, y en el caso de ejes que se cruzan, *superficies helicoidales*. En las cremalleras, consideradas como caso particular de engranajes de ejes paralelos, las superficies de flancos de dientes son *planas*.

3. Trenes de engranajes

La transformación cinemática de un movimiento circular continuo en otro análogo, puede hacerse también con varias ruedas dentadas intercaladas entre la rueda conductora que transmite el movimiento y la rueda conducida final que lo recibe. Con ello pueden conseguirse relaciones de velocidades más amplias con radios de ruedas pequeños comparados con la distancia entre los ejes principales. Las ruedas intermedias pueden ser dobles, de distintos diámetros y solidarias entre sí, montadas en un eje de giro único. El conjunto de este mecanismo recibe el nombre de *tren de engranajes*.

4. Ruedas de cadena

Cuando en la transformación cinemática de un movimiento circular continuo en otro análogo, la distancia entre los ejes de giro es relativamente grande, puede resolverse esta transmisión bien por rozamiento utilizando poleas de llanta plana o bombeada y correas planas o trapeciales (también por cables de acero con rueda acanalada), o bien por engranajes utilizando ruedas dentadas y cadenas de transmisión. En este último caso las ruedas reciben el nombre de *ruedas de cadena*.

5. Ruedas de trinquete

El mecanismo de trinquete se utiliza para hacer irreversible el giro de un eje; consiste en una rueda dentada en forma especial, unida solidariamente al eje de giro, y sobre la que se apoya constantemente una pieza llamada *trinquete*, colocada de tal forma sobre la superficie de cabeza de diente, que al girar la rueda en un sentido determinado pueda levantarse y permitir el giro, pero al hacerlo en sentido contrario queda la rueda paralizada por el trinquete.

6. Representación gráfica de ruedas dentadas

El estudio de un engranaje de cualquier tipo, ha de hacerse teniendo en cuenta los siguientes puntos de vista.

a) Bajo un punto de vista *cinemático*, en el que hay que considerar distancia y posición de los ejes en movimiento, velocidades, aceleraciones, fuerza viva, etc.

b) Bajo un punto de vista *geométrico*, en el que ha de estudiarse la forma más conveniente de las superficies que lo limitan, perfil de los flancos, ángulo de presiones, etc.

c) Bajo un punto de vista *mecánico*, en que deben fijarse sus dimensiones de acuerdo con los esfuerzos a que está sometido, materiales más

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Signos convencionales para ruedas dentadas

(continuación)

(continúa párrafo 6)

apropiados a estos esfuerzos, resistencia al desgaste por deslizamiento, acción de los agentes exteriores, etc.

d) Bajo un punto de vista *constructivo*, en el que deben estudiarse los procedimientos de fabricación, máquinas, herramientas, controles de calidad, etc.

El técnico proyectista debe poseer estos conocimientos, bastantes extensos, que le permitan proyectar con eficacia y representar posteriormente en un dibujo técnico para su ejecución en el taller, los muy numerosos casos que puedan presentársele en su vida profesional, relacionados con el estudio de engranajes.

La representación completa de una rueda dentada aislada o de un engranaje, por muy simple que sea, es siempre laboriosa y solo excepcionalmente se efectúa en casos muy especiales. El dibujo completo de los dientes, que requiere previamente el conocimiento y trazado de los flancos de los mismos, es la parte más penosa de la representación; ésta se simplifica notablemente mediante el empleo de signos convencionales, acompañados de los datos numéricos que fijen las dimensiones, forma y número de los dientes.

Los signos convencionales para la representación de ruedas dentadas de los principales tipos empleados corrientemente en la construcción de máquinas o mecanismos, están normalizados en la norma española UNE 1044, que concuerda exactamente con la alemana DIN 37 de fecha 2-21, que a continuación estudiamos.

6.1 Representación simbólica de rueda cilíndrica y cremallera

Una notable simplificación en el dibujo, cuando éste se realice a escala, es la de suprimir totalmente el trazado de los dientes en la rueda y dibujar sólo algunos en la cremallera, de fácil trazado. La superficie cilíndrica de cabeza de diente se representa en sus proyecciones por línea llena gruesa; la superficie primitiva por línea de trazo y punto (ver ficha N. 4002, hoja 4, párrafo 6.2) y la superficie de pie de diente por línea de trazos (ver ficha N. 4002, hoja 4, párrafo 4.2).

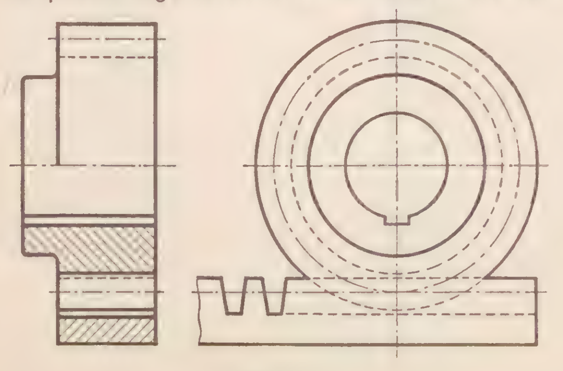
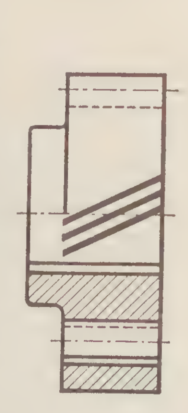


Figura 1

En la figura 1 damos la representación simplificada de una rueda cilíndrica de dientes rectos con cremallera, dibujada a escala en sus vistas principal (mitad corte y mitad proyección) y en su vista lateral izquierda (en proyección.-Ver ficha N. 4005, hojas 1 y 2). Esta representación puede completarse con la acotación de sus dimensiones (ver ficha N. 4006), signos superficiales (ver ficha N. 4008) e indicaciones escritas del número de dientes, módulo y perfil del diente.

Si los dientes fuesen oblícuos se indicará simbólicamente en la vista lateral como se representa en la figura 2a, y si fuesen angulares, como en la 2b.*



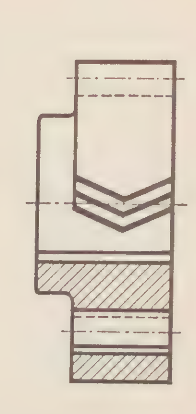


Figura 2

Cuando el dibujo se haga a escala muy pequeña, o sea simplemente esquemático, se simplifica más aún la representación según se indica en la figura 3a para dientes rectos; en la 3b para dientes oblícuos, y en la 3c para dientes angulares (ver nota al pie del ejemplo anterior).

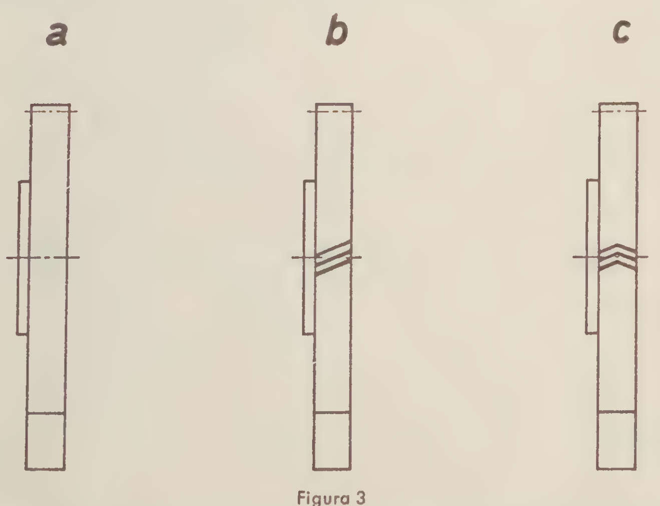


Figura 3

* Esta indicación no se especifica concretamente en la norma UNE 1044, pero se deduce de otras análogas. Esta nota la hacemos extensiva a otros ejemplos semejantes incluídos en esta ficha.

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

6.2 Representación simbólica de engranaje cilíndrico

El criterio seguido en la norma UNE 1044 para este caso es el mismo que el del ejemplo del párrafo 6.1, con una representación a escala (no incluída en la norma) y otra esquemática de mayor simplificación. Este mismo criterio es seguido en los ejemplos sucesivos que estudiaremos a continuación.

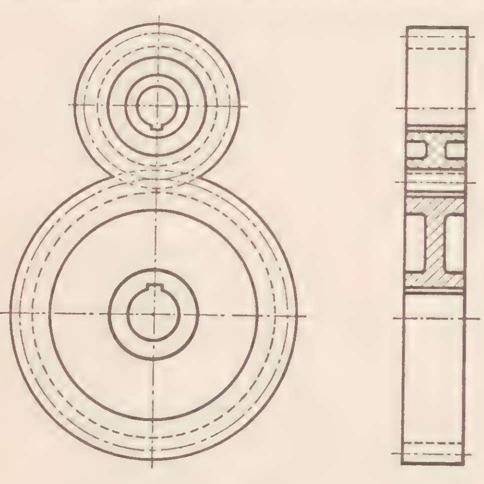


Figura 4

En la fig. 4 representamos en forma simbólica un engranaje cilíndrico (rueda y piñón) de dientes rectos, empleado en dibujos a escala, y que al igual que el ejemplo de la figura 1, puede completarse con cotas, signos superficiales e indicaciones escritas. Esta representación ha sido efectuada por su vista principal y lateral izquierda (esta última mitad en corte y mitad en proyección (ver ficha N. 4005, hojas 1 y 2).

Si los dientes fuesen oblícuos se indicará esta cualidad simbólicamente en la vista lateral izquierda de forma análoga a lo representado en el ejemplo de la figura 2.

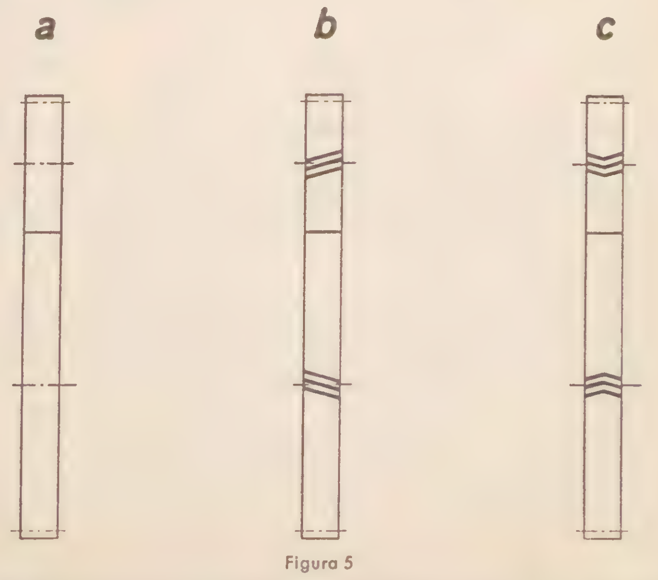


Figura 5

Para dibujos a escala pequeña o simplemente esquemáticos, se empleará la representación aún más simplificada que se detalla en la figura 5. La primera 5a, para dientes rectos; la segunda 5b, para dientes oblícuos y la tercera 5c, para dientes angulares.

6.3 Representación simbólica de trenes de engranajes

Siguiendo el mismo criterio que en los ejemplos anteriores, esta representación puede hacerse a escala, o esquemáticamente. La norma solo incluye esta última que reproducimos en los ejemplos de la figura 6, en los

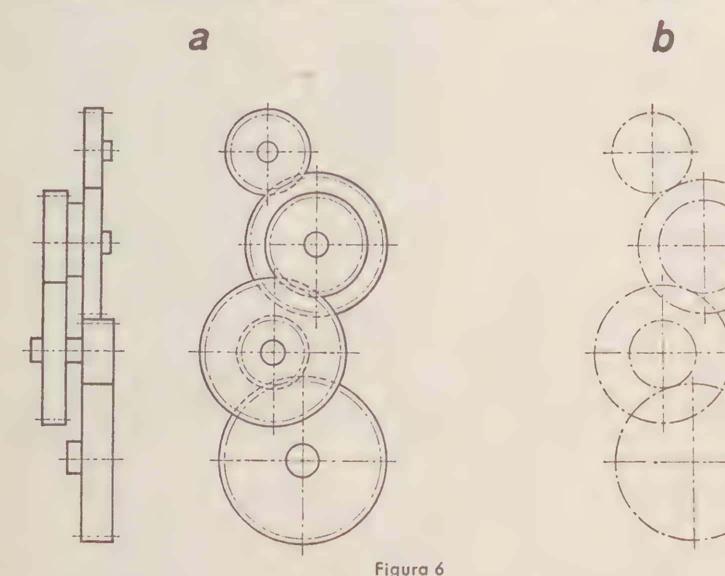


Figura 6

cuales, la representación de las ruedas en la figura 6a se limita simplemente a sus ejes, a la de las superficies cilíndricas primitivas y a la de las superficies cilíndricas de cabeza de diente; la representación está realizada por sus vistas principal y lateral izquierda, sin indicación de la forma de los dientes que puede completarse como en los ejemplos anteriores si aquéllos fuesen oblícuos o angulares.

En la representación esquemática de la figura 6b, se simplifica más aún, reduciéndose al dibujo de ejes y superficies cilíndricas primitivas.

Para la representación a escala, se seguirán las mismas directrices expresadas en el párrafo 6.1.

6.4 Representación simbólica de engranajes cónicos

Los engranajes cónicos, al igual que los anteriores, pueden representarse convencionalmente a escala, o simbólicamente en forma esquemática.

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Escritura vertical para rotulaciones

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Escritura vertical para rotulaciones

Escritura media con pauta

h — 5/7h

abcchdefghijklmn

opqrstuvwxyz&.,-:;

i!¿?„"()1234567890

ABCCHDEFGHIJKL

MNOPQRSTUVWXY

Z I II IV V VIII X

h

Escritura vertical ancha o estrecha con pauta

abcdABC2 abcdAB2

1. Generalidades

La forma y dimensiones de escrituras y cifras para su empleo en los dibujos técnicos están normalizados en España en las normas UNE 1034, hoja 1 y UNE 1034, hoja 2, la primera para escritura *cursiva* y la segunda para escritura *vertical*, que se corresponden fundamentalmente con las normas alemanas DIN 16 y DIN 17 respectivamente, salvo ligeras diferencias de letras no comunes en ambos alfabetos.* La escritura griega para fórmulas (vertical y cursiva) está normalizada en DIN 1453; la grotesca (esfrecha, media y ancha) en DIN 1451; la escritura a mano en DIN 1455 y la estarcida en DIN 1456.

En esta ficha estudiamos la escritura vertical media, escrita con pauta (UNE 1034, hoja 2), así como las verticales anchas y estrechas.

2. Normalización de la escritura vertical para rotulaciones

Esta normalización abarca tanto a su forma como a sus dimensiones.

2.1 Forma

La forma de las letras, cifras y signos de puntuación está representada en la figura. La letra es de gran sencillez de trazos y espesor uniforme; está estudiada para que se consiga un aprendizaje rápido y una agradable uniformidad en rotulación, que fácilmente se obtiene con el empleo de plumas especiales (ver ficha G. F. 1015).

2.2 Dimensiones

Las dimensiones de letras, cifras y signos de puntuación son función de la llamada "altura nominal **h**" que es la altura de las letras mayúsculas. Dividiendo la altura nominal en siete partes iguales, puede trazarse una pauta que facilita el aprendizaje de la rotulación.

Las alturas nominales **h** están normalizadas en las siguientes dimensiones expresadas en milímetros:

2	2,5	3	4	5	6	8	10	12	16	20	25

* Las normas UNE 1034, h1 y 1034, h2, no incluyen la letra española **ñ** ni las dobles **ll** y **rr**, aunque sí la compuesta **ch**.

2.21 Altura de las letras mayúsculas

Es la llamada altura nominal: 7/7 h

2.22 Altura de las cifras y signos de puntuación altos

También tienen la altura nominal: 7/7 h

2.23 Altura de las letras minúsculas

5/7 h

2.24 Espesor del trazo de letras, cifras y signos

1/7 h

2.25 Distancia entre dos letras consecutivas

De preferencia: 2/7 h

Entre letras minúsculas de rasgos inclinados (v, w, x, y): 1/7 h

2.26 Distancia media entre líneas

11/7 h

Esta normalización se refiere a la escritura media con pauta, y está representada en la parte superior de la figura. Los números romanos se pueden escribir sin remates.

Con ayuda de las mismas pautas se pueden escribir también letras verticales anchas o estrechas, representadas en la parte inferior de la figura, con la excepción de que la separación entre letras en la escritura estrecha es siempre 1/7 h.

3. Práctica de la rotulación

Para el aprendizaje de la rotulación, hemos dado en la ficha N. 4003, consejos y criterios a seguir para conseguir una correcta rotulación en la escritura cursiva, que pueden aplicarse igualmente para la escritura vertical, y a cuya ficha remitimos al lector.

La escritura vertical se emplea preferentemente en planos de arquitectura y la inclinada en planos industriales.

Imp.Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

NORMALIZACIÓN DE DIBUJOS

Signos convencionales para ruedas dentadas

(continuación)

(continúa párrafo 6.4)

La representación convencional a escala se indica en la figura 7, en la que se suprime el trazado de sus dientes que se sustituyen en el dibujo por el de las superficies cónicas de cabeza de diente y primitiva

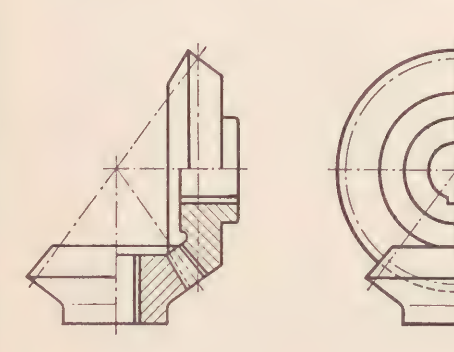


Figura 7

Como complemento de la figura puede realizarse su acotación, colocación de signos superficiales, indicaciones escritas, e igualmente la representación simbólica en su caso, de dientes oblícuos o angulares; para estos efectos se seguirán las instrucciones dadas en el párrafo 6.1.

La representación esquemática más simplificada de engranajes cónicos se indica en la figura 8.

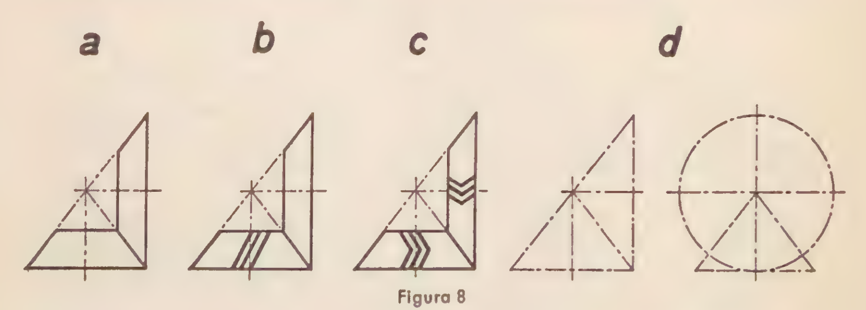


Figura 8

La figura 8a, para dientes rectos; la 8b, para dientes oblícuos, y la 8c para dientes regulares.

Obsérvese que en estas representaciones sólo figuran las superficies cónicas primitivas, habiéndose suprimido las de cabeza de diente que aparecen en la representación convencional de ruedas cilíndricas (ver fig. 5).

La figura 8d es aún más simplificada y el engranaje cónico está representado en dos vistas (principal y lateral izquierda).

6.5 Representación simbólica de rueda y tornillo sin fin de ejes perpendiculares

La rueda y tornillo sin fin se representan simbólicamente a escala, sin trazado de dientes, según se detalla en la figura 9, pudiendo completarse con cotas, signos superficiales e indicaciones escritas.

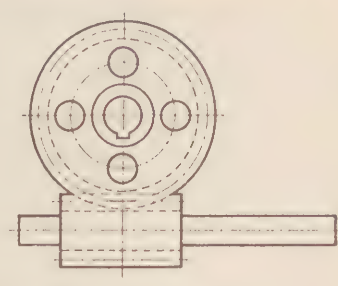
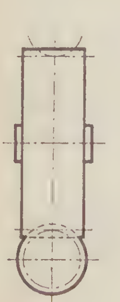
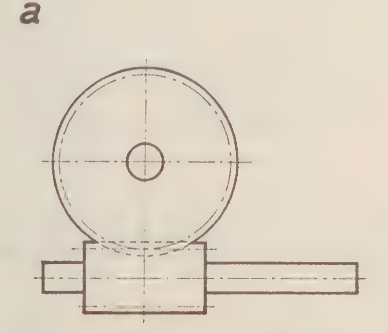



Figura 9

En la figura 10 damos las representaciones esquemáticas de este mecanismo, con una mayor simplificación.

a

b

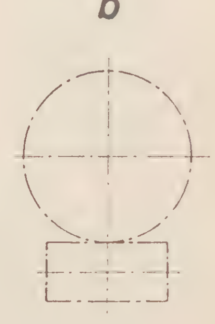


Figura 10

La de la figura 10a se hace en dos vistas (principal y lateral izquierda), con consignación de las superficies cilíndricas de cabeza de diente y primitiva. La de la figura 10b, más simplificada aún, en una sola vista con la representación de sus superficies cilíndricas primitivas.

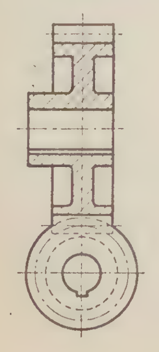
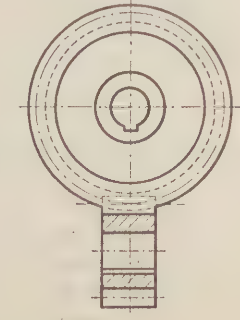



Figura 11

6.6 Representación simbólicas de ruedas helicoidales

El engranaje completo está representado simbólicamente a escala sin trazado de dientes en la figura 11, pudiendo completarse con cotas, signos superficiales e indicaciones escritas.

En la figura 12 damos la representación esquemática de este mecanismo, con una mayor simplificación.

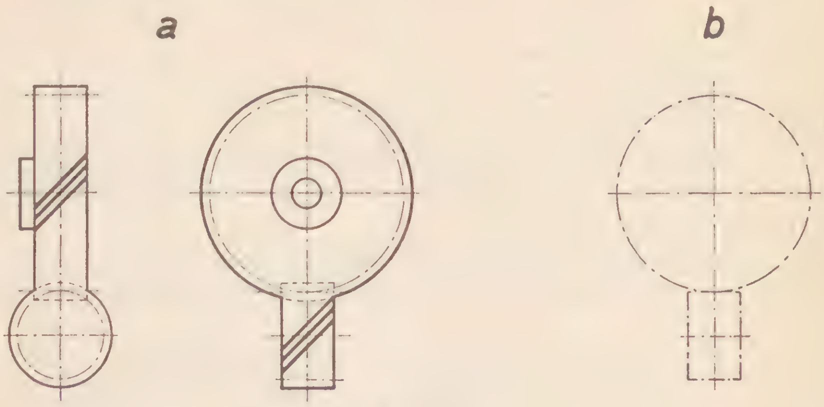


Figura 12

La de la figura 12a se hace en dos vistas (principal y lateral izquierda) con consignación de las superficies cilíndricas de cabeza de diente y primitiva. La de la figura 12b, más simplificada aún, en una sola vista, con la representación exclusiva de sus superficies cilíndricas primitivas.

6.7 Representación simbólica de ruedas de cadena y de trinquete

Las ruedas de cadena y trinquete están representadas aisladamente y en forma simbólica, a escala, en la figura 13.

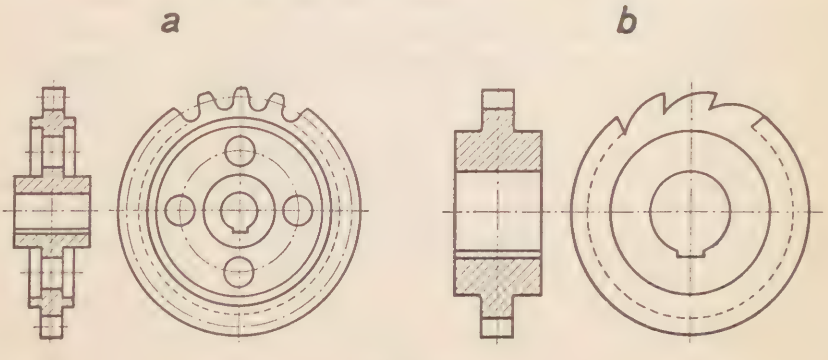


Figura 13

En estas representaciones se dibujan tres dientes para distinguirlas de las ruedas cilíndricas en las que no se dibuja ninguno; esto no supone

gran dificultad en el dibujo ya que los flancos de los dientes en esta clase de ruedas son arcos de círculo, de trazado rápido. La figura 13a corresponde al dibujo de una rueda de cadena, representada en dos vistas (principal y lateral izquierda); la figura 13b corresponde al dibujo de una rueda de trinquete, representada también en dos vistas.

Ambas figuras pueden ampliarse con la indicación de sus cotas, signos superficiales e indicaciones escritas.

Obsérvese que en la rueda de trinquete no están representadas más que las superficies cilíndricas de cabeza y pie de diente, ya que en esta clase de ruedas no existe la primitiva.

En la figura 14a, damos la representación esquemática simplificada de una rueda de cadena, en sus vistas principal y lateral izquierda.

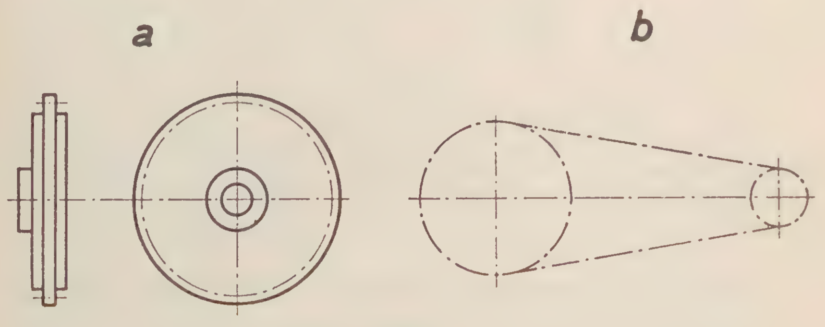


Figura 14

En la figura 14b una representación más simplificada aún de una transmisión por cadena, con sus ruedas conductora, conducida y cadena de transmisión. Todos estos elementos están representados solo por sus ejes y superficies primitivas.

Imp.Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

Es propiedad del autor Tomás Alvarez Peralto, Catedrático de DIBUJO INDUSTRIAL de la E. I. T I. de Sevilla.

Enero 1968

DISPOSICIÓN DE VISTAS Y CORTES

(continuación)

4. Vistas especiales

En el párrafo 3, hoja 2 de esta ficha hemos establecido los criterios a seguir al fijar el número de vistas necesarias y suficientes para que el objeto dibujado quede completamente definido, y en el párrafo 2.1 de dicha ficha, la colocación de ellas con respecto a la vista principal elegida.

Existen, sin embargo, casos especiales de representación en que no es conveniente seguir estos criterios de tipo general, debido a ciertos motivos de importancia, entre los cuales destacamos los siguientes:

a) Aprovechamiento ventajoso de la superficie del dibujo en un formato normalizado, evitando la interferencia de una de las vistas en el espacio destinado a rotulación, lista de despiezo, etc., ya que dicha interferencia obligaría a utilizar un formato de mayor tamaño.

b) Falta de espacio para modificaciones introducidas en un dibujo después de su terminación, cuando éstas consistan en la adición de pequeños detalles que no obliguen a rehacer el plano.

c) Proyección oblícua de algunas partes de la pieza sobre una o varias de sus vistas, lo cual puede ocurrir debido a la forma especial de la pieza. Las proyecciones oblícuas deben ser evitadas, ya que a más de la complicación de su representación, deforma las verdaderas magnitudes y forma de los contornos.

Para estos casos especiales, las normas DIN 6 e ISO/R 128 admiten las siguientes excepciones.

4.1 Representación de vistas situadas en posiciones diferentes a las normalizadas

Si por las causas expresadas en los apartados a) y b) del párrafo anterior, hubiese necesidad de efectuar la representación de una vista en una posición diferente a la normalizada, bien alterando el orden de su colocación, o bien situándola en una posición arbitraria sobre la superficie del dibujo utilizando zonas vacías del mismo, *deberá hacerse siempre indicación expresa de esta variación.*

Para ello se colocará una flecha que indique la dirección de la visual en que se toma la vista alterada, sobre la cual se colocará una letra mayúscula de mayor tamaño que el de las empleadas en la rotulación; sobre la representación de la vista correspondiente, se pondrá con caracteres bien legibles la indicación «Vista A» (ó B, C, etc.).

En la figura 13 damos un ejemplo, tomado de la norma ISO/R 128, de un caso excepcional de representación en el sistema europeo, en el que se ha alterado la colocación normalizada de la vista lateral derecha de la pieza representada, que debería haberse dibujado *a la izquierda de la vista principal* (ver ficha N. 4005, hoja 2, párrafo 2.1), y no a su derecha como se ha realizado; esto se ha hecho con objeto de evitar la interferencia de la vista superior con la rotulación del plano.

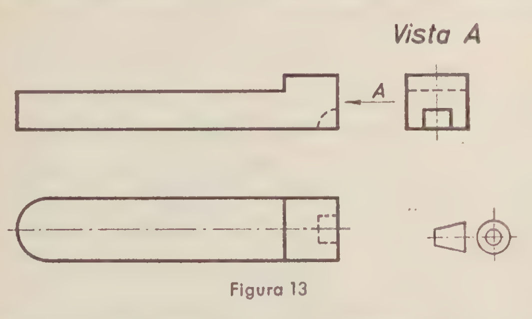


Figura 13

Si la representación de la pieza se hubiese efectuado en el sistema americano, la colocación de dicha vista lateral derecha sería correcta (ver ficha N. 4005, hoja 2, párrafo 2.2) y no habría de hacerse esta indicación especial. Por el contrario, la vista superior sería incorrecta y debería indicarse en este caso su alteración de igual forma.

Aún cuando en el ejemplo propuesto se ha variado el orden de una de sus vistas, pero no su posición relativa con respecto a la vista principal, no es siempre necesario hacerlo así. La vista alterada puede ser colocada en algún otro sitio del espacio disponible, *pero siempre con la misma orientación que tendría en su posición correcta, sin girar la figura.*

4.2 Representación de vistas para evitar proyecciones oblícuas

Para evitar la representación confusa de algunas partes de una pieza que al proyectarla en su forma normalizada, resulte inevitable su proyección oblícua, se procede de forma análoga a lo indicado en el anterior párrafo 4.1, alterando parcialmente la representación mediante una vista auxiliar elegida convenientemente. La dirección de la visual y la indicación de la vista auxiliar se realizarán igualmente con una flecha y sus indicaciones escritas encima de su representación.

En la fig. 14 presentamos un ejemplo tomado de la norma ISO/R 128, completado con su vista parcial superior, en el que se hace aplicación de esta forma de representación.

Obsérvese que en la vista superior (planta), la representación normalizada hubiese dado una proyección complicada y confusa de la pieza al realizarse ésta oblícuamente; lo mismo hubiese ocurrido en la vista lateral izquierda.

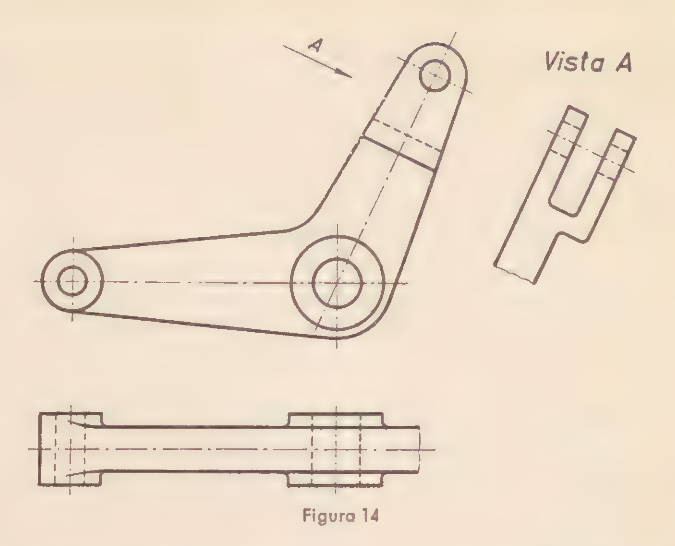


Figura 14

Se evita esta confusión suprimiendo en la vista superior, mediante una línea de rotura adecuada (ver ficha N. 4002, hoja 5, párrafo 7), la parte de la pieza que se proyectaría oblícuamente. La vista lateral izquierda (perfil), también oblícua, se sustituye por la parcial vista en la dirección A, que debe situarse a ser posible (siguiendo el criterio de colocación expresado en el párrafo 2.1, hoja 2 de esta ficha) a la derecha de la vista principal y en la posición indicada en la figura.

5. Cortes y secciones

Ya hemos indicado en el párrafo 3, hoja 2 de esta ficha, que la representación de una pieza simplemente por sus vistas, incluso empleando las seis máximas admitidas, es en muchos casos insuficiente. Cuando la forma de la pieza dé lugar a una profusión de líneas ocultas, bien por tener variados entrantes y salientes, o bien por tener partes huecas, la representación por medio de vistas resulta confusa y la lectura del plano, difícil.

Para mejorar la representación es frecuente en el dibujo técnico la utilización de los llamados *cortes* y *secciones*.

Un corte y una sección es la división imaginaria de un objeto por uno o varios planos perpendiculares al plano del dibujo. Un corte o sección, elegido convenientemente, nos aclara la forma interior de una pieza hueca; la superficie que idealmente resultaría cortada al efectuar este artificio, se distingue de las restantes partes huecas mediante un rayado adecuado.

Cuando en la representación gráfica de una vista cortada idealmente por uno o varios planos, se dibuja no sólo la sección rayada produ-

cida por el corte imaginario, sino también el resto de la pieza que queda detrás del plano de corte, se dice que se ha efectuado una *representación en corte.* Por el contrario, si sólo se dibuja la sección rayada producida por el corte imaginario, prescindiendo del resto de la pieza, se dice que se ha efectuado una *representación en sección.*

5.1 Clasificación de cortes y secciones

Como ya hemos indicado anteriormente, los cortes tienen por objeto representar con claridad partes huecas que pueda tener una pieza, así como las restantes superficies que quedan detrás del plano de corte. En los dibujos técnicos pueden presentarse los siguientes casos:

5.11 Piezas cuyo interior presente amplias zonas huecas

En estos casos, el corte debe abarcar a la totalidad de la pieza, de tal forma que idealmente quedaría aquélla dividida en dos partes completamente separadas. Se dice entonces que se ha efectuado un *corte total* (fig. 15).

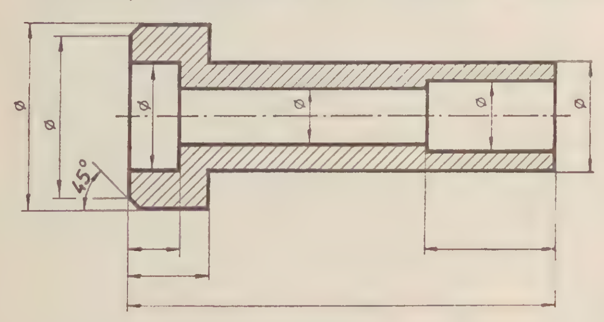


Figura 15

Un corte total puede ser una representación complementaria de las vistas normalizadas de la pieza, o por el contrario, como ocurre con frecuencia, sustituir a una de ellas.

En el primer caso la representación en corte se situará en el plano, a ser posible, relacionada con la posición de una de las vistas, *perpendiculares al plano de corte* (superior o inferior; lateral derecha o izquierda); si la distribución de figuras en el plano lo aconseja, puede situarse en otra posición distinta.

En el caso de que la representación en corte sustituya a una de las vistas normalizadas, deberá colocarse siempre aquélla *en el lugar de la vista sustituida.*

Toda representación en corte prescinde de la parte de la pieza situada delante del plano de corte.

Se dibujan varios cortes cuando esto sea ventajoso para la reproducción clara de la forma del objeto o para la acotación. Para la colocación de los cortes en el dibujo rigen las reglas generales dadas para la disposición de vistas (ver ficha N. 4005, hoja 2).

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

DISPOSICIÓN DE VISTAS Y CORTES

(continuación)

5.12 Piezas cuyo interior presente varias zonas huecas y que tengan al mismo tiempo uno o más planos de simetría.

En estos casos el corte en cada vista llega tan sólo idealmente hasta el eje de simetría. La pieza se representa por una mitad cortada hasta dicho eje de simetría y la mitad restante se dibuja en proyección.

Se dice entonces que se ha efectuado un *medio corte* o también un *semi-corte*. La figura 16, tomada de la norma ISO/R 128, nos da un ejemplo claro de esta representación. Dicha figura la hemos completado con una correcta acotación (sin cifras), como ejemplo de aplicación de los varios casos estudiados en las fichas N. 4006, hojas 1 a 8. Entre ellos destacamos la acotación de diámetros exteriores (párrafo 3.061), interiores (párrafo 3.025) y esferas (párrafo 3.08).

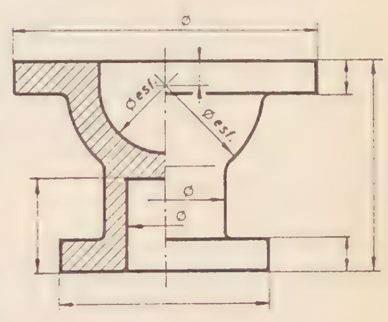


Figura 16

Estos casos de representación son muy frecuentes en el dibujo técnico, y originan una notable economía de espacio y tiempo, ya que se evita una duplicidad de vistas sin perjuicio de su claridad.

Todo semicorte puede siempre concebirse como un corte ideal que al llegar al eje de simetría de la pieza, continúa en dirección perpendicular al plano de corte, hasta imaginarse se desprenda una cuarta parte de la pieza a representar. Prescindiendo de este cuadrante desprendido, la representación de la parte restante sería, en la vista correspondiente, mitad en corte y mitad en proyección.

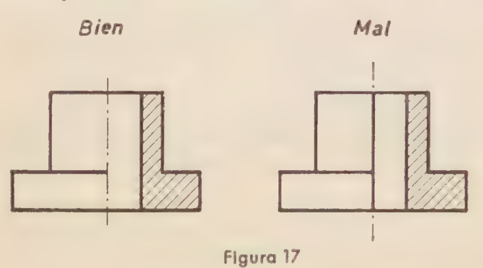


Figura 17

No debe olvidarse que el artificio de corte se emplea tan sólo para aclarar la representación, pero que las piezas *no están realmente cortadas*. Por este motivo es incorrecto en una representación mitad en corte y mitad en proyección, el dibujar de

línea gruesa llena la parte de eje que corresponde a la vista en proyección, como suele hacer el principiante en algunos dibujos. El corte, no nos cansamos de decirlo, es siempre *ideal* y debe conservarse la representación de trazo y punto en la totalidad del eje de simetría (fig. 17).

5.13 Piezas cuyo interior presente pequeñas zonas huecas en partes limitadas de las mismas

En estos casos el plano de corte se limita a la zona hueca, y el resto de la pieza se dibuja en proyección. Se dice entonces que se ha efectuado un *corte parcial*.

En la figura 18 damos un ejemplo de representación de corte parcial. La separación (arbitraria) de la zona cortada y de la dibujada en proyección, se limita con una línea de rotura a mano alzada (ver ficha N. 4002, hoja 5, párrafo 7.1).

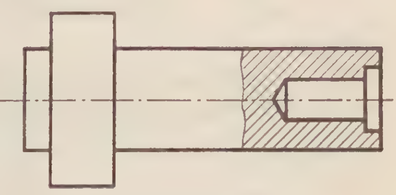


Figura 18

5.14 Piezas cuyo interior presente zonas huecas, cuyos planos de simetría están en posiciones diversas

En estos casos se utilizan varios planos distintos de corte, cuyas secciones se representan conjuntamente en una sola proyección. Según sea la posición relativa de estos planos, se obtienen las siguientes variantes:

a) **Corte paralelo** (parcial o total) por dos o más planos. Los planos paralelos lo son a su vez a uno de los planos de proyección, por lo cual, el recorrido del corte puede establecerse claramente por sus trazas, en otra de sus vistas.

b) **Corte angular** por dos planos. Estos cortes se utilizan generalmente en piezas de revolución, y ambos planos pasan por el eje de giro. Dichos planos son perpendiculares a uno de los de proyección, por lo cual, el recorrido del corte puede establecerse claramente por sus trazas en aquella vista.

c) **Corte quebrado** por varios planos perpendiculares a uno de los planos de proyección. El recorrido del corte queda perfectamente definido por las trazas de los varios planos que producen el corte, con dicho plano de proyección, en la vista correspondiente.

Para distinguir los diversos casos de cortes detallados anteriormente, han de expresarse con claridad en el dibujo, mediante símbolos adecuados, el recorrido de los mismos y la dirección de la visual en cuyo sentido se realiza la vista cortada.

Para ello se utilizan flechas, líneas de trazo y punto, y letras. Las flechas indican la dirección de la visual. Las líneas de trazo y punto, el reco-

rrido del corte; éstos se dibujan con línea gruesa parcialmente al comienzo del corte, en los cambios de dirección y al final del mismo, representando las zonas intermedias con el grueso de líneas correspondiente a los ejes (ver ficha N. 4002, haja 4, párrafas 5 y 6). Las letras, siempre mayúsculas y de tamaño bien legibles; se colocarán al principio y final del corte, y en los puntos de cambio de dirección.

En la vista representada en corte (y también en las secciones), se hará siempre la indicación escrita del recorrido del mismo.

Hacemos destacar que las normas DIN 6 e ISO/R 128 son coincidentes en todo lo expresado en el párrafo 5.1 de esta ficha con sus divisiones 5.11 a 5.13, y difieren en detalle con lo expresado en el párrafo 5.14 en cuanto a su parte gráfica de expresión, y que a continuación detallamos:

a) Con respecto a la colocación de las flechas que indican la dirección en que ha de representarse la vista o sección cortada, la norma DIN 6

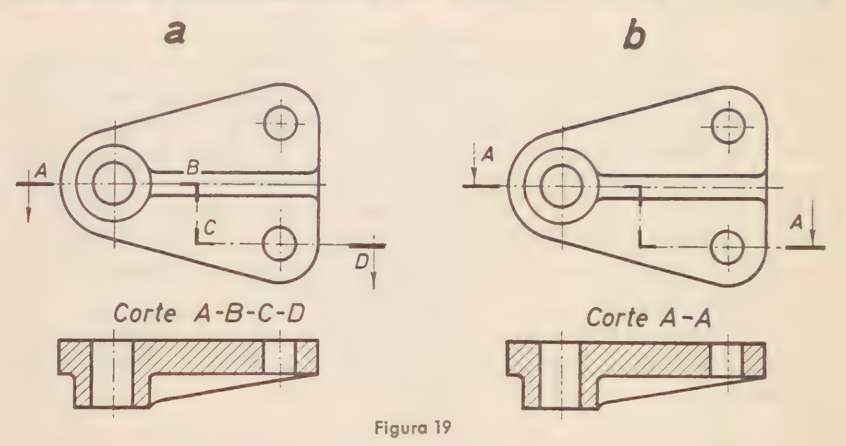


Figura 19

sigue el criterio expresado en la figura 19a, en el que las flechas se sitúan con sus extremos en el exterior de la línea de corte, estando por el contrario, en la representación ISO/R 128, colocadas con sus extremos sobre dicha línea de corte, según puede verse en la figura 19b.

b) Con respecto a la consignación de letras mayúsculas que indican el recorrido del corte, en DIN 6 se aconseja letras correlativas (fig. 19a) y en ISO/R 128 la misma letra repetida (fig. 19b).

A nuestro juicio, es más clora la representación ISO/R 128.

En el párrafo 6.2 de esta ficha, daremos diversas aplicaciones de estos cortes campuestos.

5.15 Secciones

Ya hemos expresado anteriormente que una representación en sec-

ción es aquélla en que el dibujo se limita a la forma de la superficie cortada (la cual deberá siempre rayarse), prescindiendo del resto de la pieza que queda detrás del plano de corte.

Las secciones se utilizan para dar a conocer la forma de los brazos de poleas, nervaduras, perfiles tubulares de chapa, perfiles laminadas, etc., y pueden dibujarse, bien rebatidas sobre el plano del dibujo en el sitio donde se supone cortada la pieza, o bien en el exterior de la misma. En los ejemplos de aplicación que estudiaremos en el párrafo 6.3 de esta ficha, veremos representaciones diversas de secciones.

5.2 Rayado de cortes y secciones

El rayado en los cortes y secciones, se utiliza para destacar y distinguir las partes idealmente cortadas por el plano o los planos de corte, de las partes contiguas no cortadas.

5.21 El rayado de la zona cortada se ha de realizar siempre con línea fina llena (ver ficha N. 4002, hoja 2, párrafo 3.3), formando con los ejes o líneas principales del contorno un ángulo bien acusado, de preferencia de 45°. La distancia entre las líneas del rayado se ajustará al tamaño de la superficie cortada, debiendo elegirse siempre la mayor separación posible. A título informativo indicamos que la separación de 1 mm. se emplea en pequeñas superficies; la de 2 mm. más frecuente, en superficies medias, y la de 3 mm. en superficies grandes. Son excepcionales los rayados menores de 1 mm. y mayores de 3 mm.

En la figura 20 damos un ejemplo de rayado de una sencilla pieza representada en su vista principal en corte total y en su vista superior en proyección.

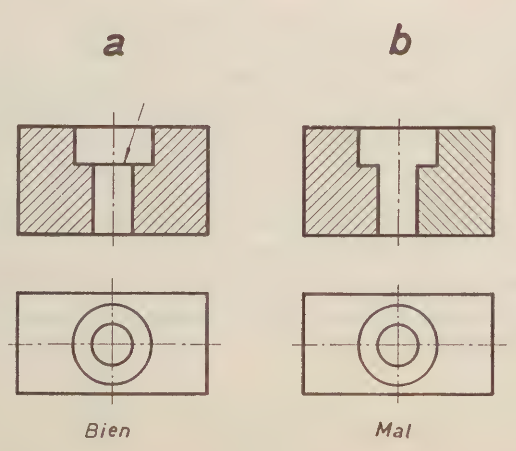


Figura 20

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

DISPOSICIÓN DE VISTAS Y CORTES

(continuación)

(continúa párrafo 5.21)

Hacemos destacar, por ser error frecuente en el principiante, la representación incorrecta de la figura 20b, en la que no se ha dibujado la línea de contorno marcada con una flecha en la figura 20a, y que queda detrás del plano de corte. Por otra parte aclaramos, que por haber sido sustituida la vista principal por su representación en corte, y pasar éste a su vez por un eje de simetría de dicha pieza, no es necesario indicar en el dibujo, el recorrido del corte en su vista superior, ni consignar indicación escrita de este corte en su vista principal.

En la figura 21 damos otros ejemplos de rayado de secciones diversas. El de la figura 21a en una sección rectangular con sus lados paralelos

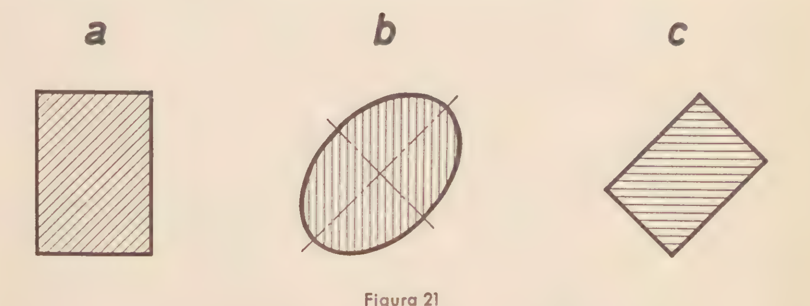


Figura 21

al recuadro del dibujo; el rayado se ha hecho a 45° con respecto a dichos lados. El de la figura 21b, la sección es elíptica y sus ejes están oblícuamente colocados con respecto al recuadro del dibujo; el rayado se ha efectuado a 45° con respecto a dichos ejes. Finalmente, el de la figura 21c corresponde a una sección rectangular colocada oblícuamente; al igual que la anterior, el rayado deberá hacerse a 45° con respecto a las líneas del contorno.

5.22 Todas las partes cortadas de una misma pieza, ***deberán rayarse siempre en la misma dirección.***

En la figura 20a se ha aplicado correctamente esta regla en las dos zonas cortadas de su vista principal, pero no así en la figura 20b, mal representada, en la que la zona cortada de la izquierda tiene diferente dirección que la de la derecha, no obstante pertenecer a la misma pieza e igual plano de corte.

5.23 Los cortes totales se pueden situar discrecionalmente. Lo más indicado es el corte en dirección de un eje longitudinal de la pieza (fig. 22a), o de un eje transversal (fig. 22b). La primera pieza está representada sólo en

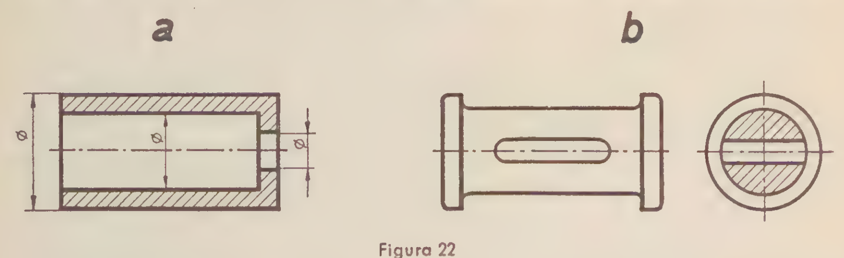


Figura 22

su vista principal en corte, suficiente por la consignación del símbolo de diámetro, y la segunda en sus vistas principal y lateral izquierda (esta última en corte).

5.24 En un corte total o parcial dado en una vista de conjunto, en el que quedan seccionadas varias piezas contiguas del mismo, se cambiará el sentido del rayado en cada una de ellas. Si no es posible evitar la coincidencia de dirección, se distinguirán dos secciones contiguas por la diferente separación de las líneas del rayado.



Figura 23

En la figura 23a, presentamos un sencillo ejemplo de aplicación de rayado en el corte de dos piezas contiguas, tomado de la norma ISO/R 128; se ha cambiado la dirección del rayado de ambas piezas, aún cuando es coincidente en cada una de las secciones de la misma pieza, de acuerdo con lo expresado en el párrafo 5.22. También se ha podido conservar la inclinación del rayado a 45°, según se ha expresado en el párrafo 5.21.

Por el contrario, en la representación en corte del conjunto de tres piezas de la figura 23b, al conservar la inclinación de rayado a 45°, no es posible evitar la coincidencia de dirección en la pieza interior con algunas de las exteriores. Se resuelve la dificultad, haciendo diferente la separación de líneas de rayado en las dos piezas contiguas y coincidentes en dirección.

5.25 Si en la vista en sección de dos o más piezas, la exterior (o las exteriores) a todas ellas presenta una sección de gran superficie, y al mismo tiempo no se precisa conocer su contorno, se suprimirá la representación de éste, pero no su rayado que quedará limitado sin línea alguna (antes de rayar se dibujará este contorno con una línea a lápiz que deberá borrarse a la terminación del rayado).

En la figura 24a presentamos un sencillo ejemplo de aplicación.

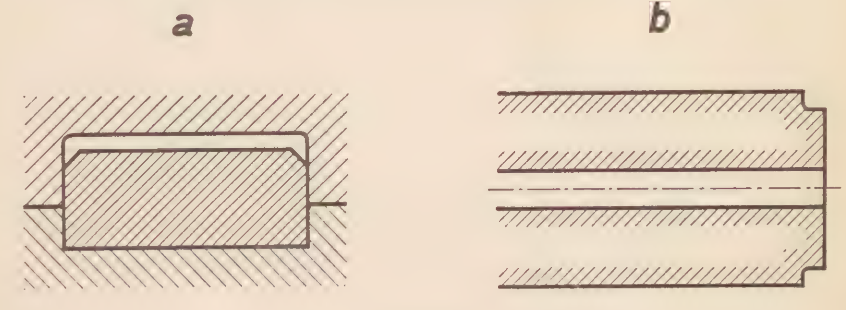


Figura 24

Si igualmente una pieza de un conjunto o representada aisladamente, presentase también una sección de gran superficie, puede reducirse el rayado a una pequeña zona de su contorno (limitada sólo a lápiz). En la figura 24b damos un ejemplo de este segundo caso.

5.26 Debe evitarse la colocación de cotas y cifras dentro de zonas rayadas por estar seccionadas. Si ello no es posible, se interrumpirá el rayado.

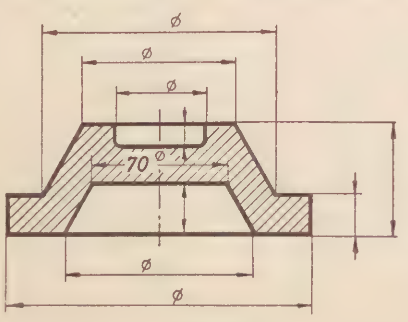


Figura 25

En la figura 25 presentamos un ejemplo de esta forma de acotar. En la consignación del diámetro intermedio (cota 70 mm.), se ha colocado dicha cota en zona rayada, a fin de poder cumplir la regla general de evitar el corte de líneas de cota y referencia (ver ficha N. 4006, hoja 3, párrafo 3.024).

5.27 Cuando las superficies cortadas son de pequeño espesor, el rayado

de éstas, a más de ser penoso de ejecución, da lugar a una representación confusa. En estos casos las secciones se ennegrecen totalmente. Si hay varias contiguas se dejará entre ellas un pequeño espacio, especie de junta o línea de luz, que permita destacar la forma de los elementos componentes.

En la figura 26 presentamos un ejemplo de la sección de una jácena armada, formada por angulares de lados iguales (ver ficha N. 4222) y palastros.

Esta forma de representación es de frecuente empleo en dibujos de estructuras metálicas.

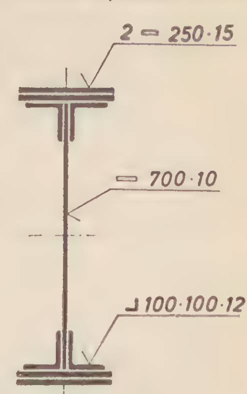


Figura 26

5.28 Como ya hemos indicado anteriormente, la representación en corte tiene por objeto aclarar formas huecas, y no tiene sentido su empleo si no aporta nada nuevo.

Por estos motivos, cuando en el plano de corte existan elementos macizos tales como ejes, nervios, espigas, chavetas, etc., o piezas normalizadas tales como tornillos, tuercas, arandelas, remaches, etc., no es necesario cortar estos elementos. Resulta más clara su representación en proyección, sin rayado de ninguna especie.

Para evitar errores en la representación gráfica, se imaginan suprimidos idealmente los nervios o elementos reseñados anteriormente, antes de hacer la sección, y se los vuelve a colocar mentalmente una vez hecha ésta.

a



c

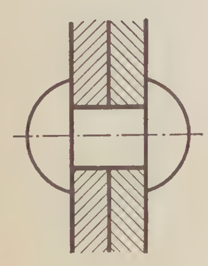
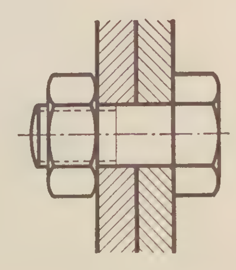
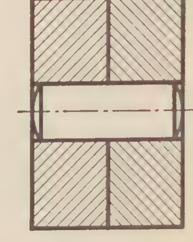




Figura 27

En la figura 27, presentamos algunos sencillos ejemplos de aplicación. El de la figura 27a corresponde al detalle en sección de la unión de dos chapas remachadas con remaches de cabeza redonda, usados en calderería; el de la figura 2b7, una unión análoga pero atornillada; el de la figura

DISPOSICIÓN DE VISTAS Y CORTES

(continuación)

(continúa párrafo 5.28)

27c otra con pasador cilíndrico introducido a presión. Todos estos elementos de unión están normalizados.

También en la figura 28 incluímos otros diversos ejemplos de cortes.

El soporte para cojinete de la figura 28a, dibujado en dos vistas, principal y lateral izquierda (esta última en corte), debe representarse en esta

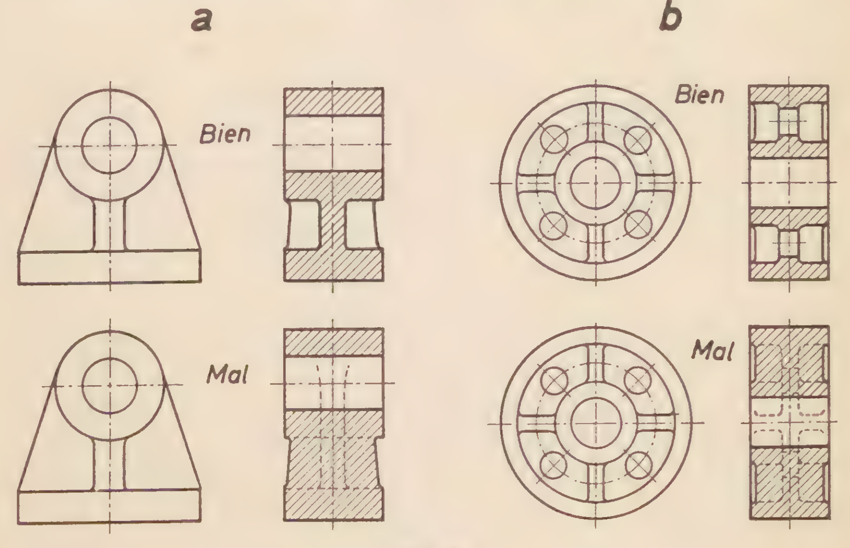


Figura 28

última según lo está en la figura superior, con el nervio sin cortar. La representación incorrecta de la figura inferior nos puede producir una falsa idea de la pieza, ya que aparentemente da la sensación de ser excesivamente gruesa.

La polea nervada de la figura 28b es otro caso análogo; la representación incorrecta inferior da una sensación falsa de excesiva robustez, sin poder apreciarse en ella el espesor y zonas huecas del alma. La representación correcta superior permite apreciar el espesor del nervio, el del alma y la posición de los agujeros de ésta, puesto que mediante un corte

angular rebatido quedan perfectamente destacados estos elementos (ver párrafo 6.22, fig. 36, hoia 7 de esta ficha).

6. Ejemplos de aplicación

Como aclaración y complemento de lo expuesto en los párrafos 1 a 5 de esta ficha, vamos a estudiar diversos ejemplos particulares sobre el tema «Disposición de vistas y cortes» no incluídos explícitamente en el estudio general efectuado en los anteriores párrafos.

6.1 Ejemplos complementarios sobre representación de vistas

Entre éstos inclufmos los siguientes:

6.11 Piezas con uno o más ejes de simetría que no precisen su representación en corte

En estos casos es suficientemente clara su representación con una vista parcial de la pieza simétrica limitada en sus ejes de simetría. Ello puede suponer una economía de espacio y tiempo de ejecución.

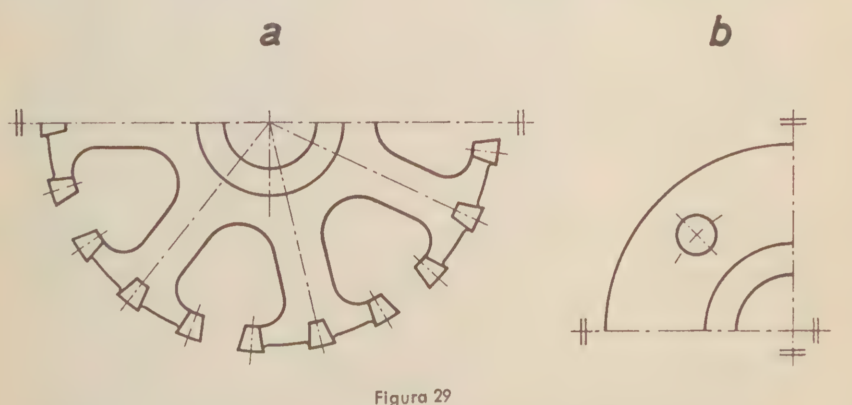


Figura 29

Los ejemplos que presentamos en la figura 29 han sido tomados de la norma ISO R 128. El de la figura 29a tiene un solo eje de simetría y su representación queda reducida a la mitad; el de la figura 29b, tiene dos y su representación, aún más simplificada, se reduce a su cuarta parte.

Obsérvese la representación simbólica por doble trazo de los ejes de simetría.

6.12 Piezas de gran longitud en relación con sus restantes dimensiones

En estos casos, y para ganar espacio, basta representar la pieza sólo en sus zonas extremas o con algunas intermedias que se necesite destacar.

Para ello se utiliza el artificio de suprimir partes de su sección constante mediante secciones ideales adecuadas, y aproximar las partes restantes que nos son de interés. A estas representaciones se las denominan *vistas interrumpidas* y a las secciones ideales *roturas.*

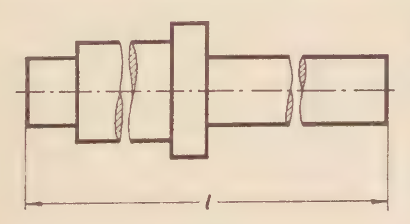


Figura 30

El ejemplo de la figura 30, tomado también de la norma ISO/R 128, nos enseña la representación correcta en el caso estudiado.

Las líneas de los cortes imaginarios, llamadas *líneas de rotura* se representan adecuadamente según la forma de la sección transversal. En la ficha N. 4002, hoja 5, párrafos 6.10, 7.1 y 7.2 hemos dado diversos ejemplos de líneas de rotura. Todos ellos se realizarán a mano alzada, excepto las de perfiles laminados (párrafo 6.10 de la mencionada ficha N. 4002, hoja 5).

Obsérvese que la cifra de cota l de su longitud, por ser arbitraria, no estará a escala. No obstante, y de acuerdo con lo expresado en el párrafo 3.045 de la ficha N. 4006, hoja 5, dicha cifra *no deberá subrayarse.*

6.13 Piezas con superficies de contorno que producen líneas de intersección no claramente destacadas por estar ligeramente redondeadas.

Para aclarar la representación con la inclusión de estas líneas que realmente no existen, ya que el redondeado establece una continuidad entre las superficies contiguas, se dibujan éstas de línea fina llena y no gruesa como se haría al no existir redondeamiento.

La figura 31, tomada de la norma DIN 6, nos detalla esta representación. También en la ficha N. 4002, hoja 3, párrafo 3.10 hemos abordado este tema al estudiar las aplicaciones de las líneas finas llenas.

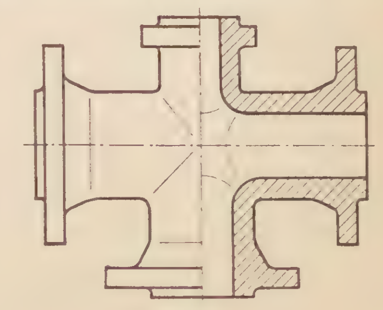


Figura 31

6.14 Piezas en sección con representación de partes contiguas

Si se considera necesaria la representación de partes contiguas, se dibujarán los contornos de éstas con línea fina llena. La pieza contigua no debe ocultar jamás a la pieza principal, pero ésta sí puede ocultar a aquélla. Las aristas del cuerpo principal que se encuentren detrás de las partes contiguas dibujadas, se representarán como aristas visibles en líneas llenas gruesas.

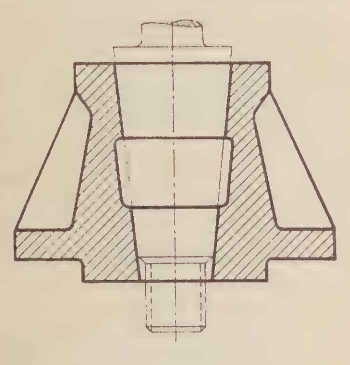


Figura 32

Si para evitar confusión, se considera necesario rayar las piezas contiguas, deberá limitarse este rayado a un simple contorneado.

En la figura 32, presentamos un ejemplo de aplicación tomado de la norma DIN 6.

6.15 Piezas simétricas con respecto a un plano exterior a ella

Recordemos que geométricamente un punto se dice que es simétrico de otro con respecto a un plano, cuando el primero está situado en la recta perpendicular al plano que pasa por el segundo, equidistantes ambos de dicho plano y situados en cada uno de los semiespacios en que el plano divide al espacio.

Un cuerpo geométrico o un objeto material se dice que es simétrico con respecto a un plano, cuando todos sus puntos son simétricos con respecto al mencionado plano.

La simetría en el espacio con respecto a un plano se la llama comúnmente *simetría especular*, ya que el objeto y su imagen virtual obtenida en un espejo plano, son simétricas con respecto al plano del espejo.

En general, dos piezas simétricas con respecto a un plano *no son iguales*, si entendemos la igualdad en el sentido geométrico de que sean superponibles (el guante de la mano derecha no se puede colocar en la mano izquierda sin volverlo del revés). No obstante, las piezas simétricas tienen iguales todos sus elementos geométricos, pero colocados en sentido inverso unos de otros, lo cual impide la sustitución, en un conjunto, de una pieza por su simétrica.

Imp. Alvarez.-G. Cuadrado, 24. - Sevilla

colorchecker CLASSIC

calibrite

mm